



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

X射线衍射技术

X射线衍射强度  
之单电子

主讲：杨治刚

# 目录



在线开放课程

- 典型X射线谱介绍
- 单电子对X射线的散射

# X射线衍射理论



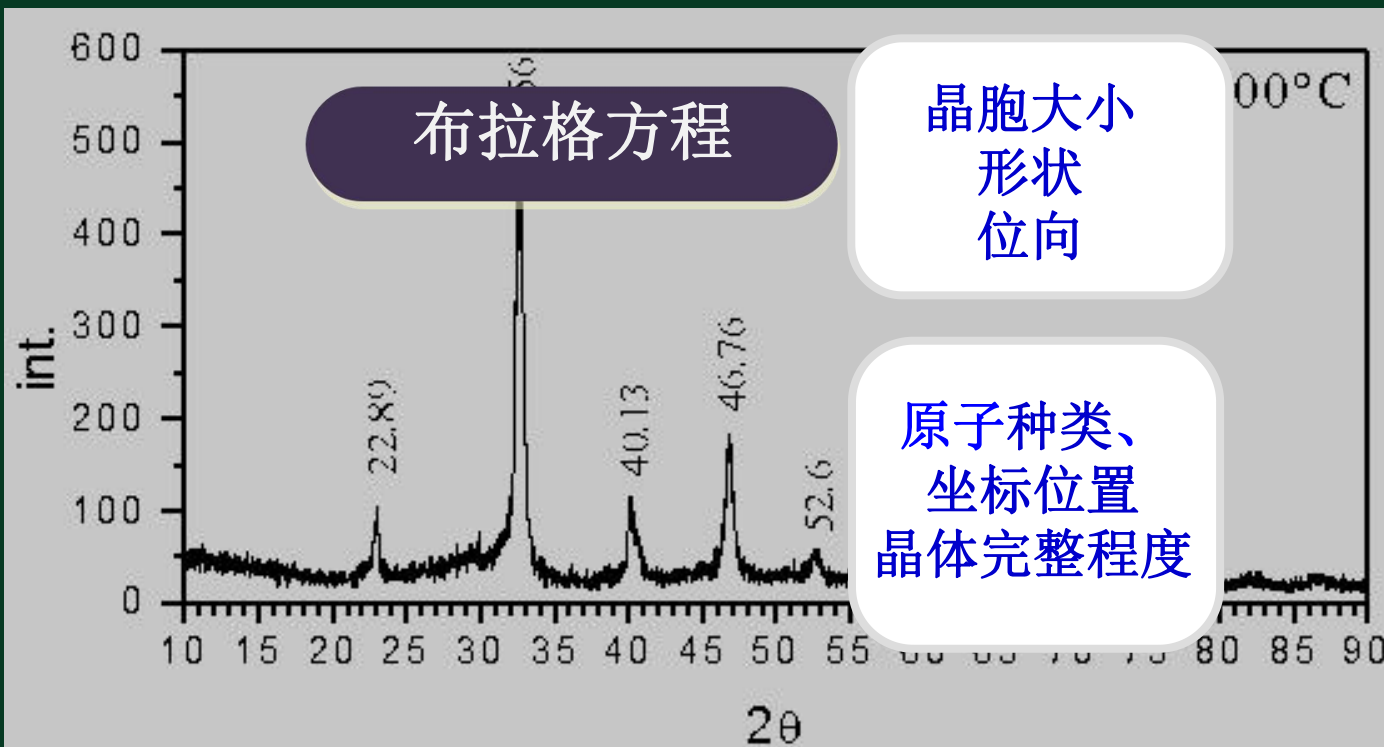
在线开放课程

X射线衍射方向：布拉格方程

$$2d_{hkl} \sin \theta = \lambda$$

$d_{hkl}$ : 结构信息

# 一个典型的X射线谱



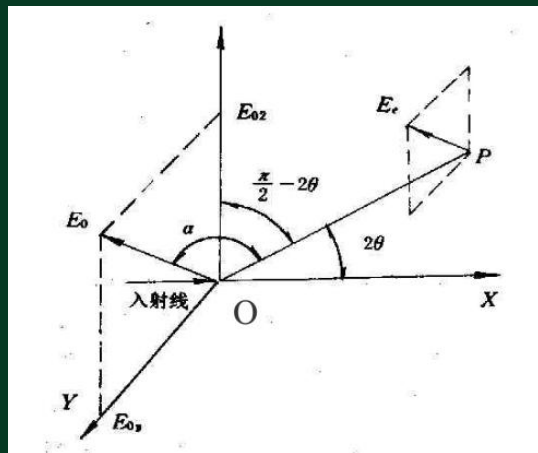
# 单电子对X射线的散射(偏振)

一束**偏振**的X射线沿O<sub>x</sub>方向传播，在O点与电子碰撞发生散射，那么距离O点上一点P点

(OP=R、OX与OP夹角为2θ)

的散射强度为:

$$I_p = I_0 \cdot \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2 R} \right)^2 \cdot \sin^2 \varphi$$



$e$ : 电子电荷;  $m$ : 电子质量;  $c$ : 光速;  $\varphi$ : 散射方向与入射方向的夹角;

$R$ : 散射方向上点P距散射中心的距离;  $\epsilon_0$ : 真空介电常数

## (非偏振X射线)

一束非偏振的X射线沿Ox方向传播，在O点与电子碰撞发生散射，那么距离O点上一点P点（OP=R、OX与OP夹角为 $2\theta$ ）散射强度为：

$$I_p = I_0 \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot m^2 C^4 R^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$$

$$\frac{1 + \cos^2 2\theta}{2} \quad \text{偏振因子（极化因子）}$$

非偏振X射线的Thomson散射公式

# 公式讨论1:

$$I_p = I_0 \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot m^2 C^4 R^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$$

一束X射线经电子散射后，其散射强度在各个方向上是不同的：**在沿原X射线入射方向上散射强度（ $2\theta=0$ 或 $2\theta=\pi$ 时）比垂直原入射方向的强度（ $2\theta=\pi/2$ 时）大一倍。**

## 公式讨论2:

$$I_e = I_0 \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot m^2 C^4 R^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$$

带电质子也发生受迫振动:

$$m_{\text{(质子)}} = 1840 m_{\text{(电子)}}$$

中子不带电:  
无散射

$$I_{\text{质子}} = \frac{1}{1836^2} I_{\text{电子}}$$

质子影响可忽略不计



## 公式讨论3:

若只考虑电子本身的散射本领，即单位立方体里对应的散射能量，则有公式：

$$I_e = I_0 \cdot \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2 R} \right)^2 \cdot \sin^2 \varphi$$

$$I_e = I_0 \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot m^2 C^4 R^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$$

$$\frac{I_e}{I_0} = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2 R} \right)^2 \approx 10^{-26}$$

➤ 电子对X射线的  
散射作用极小！

# 小结

- 单电子对X射线的散射强度

$$I_p = I_0 \cdot \frac{e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \cdot m^2 C^4 R^2} \cdot \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$$