



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

MATLAB在科学研究中的应用

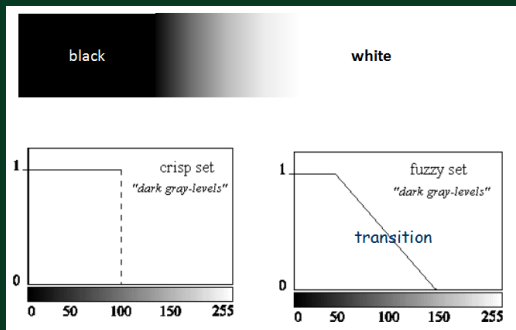
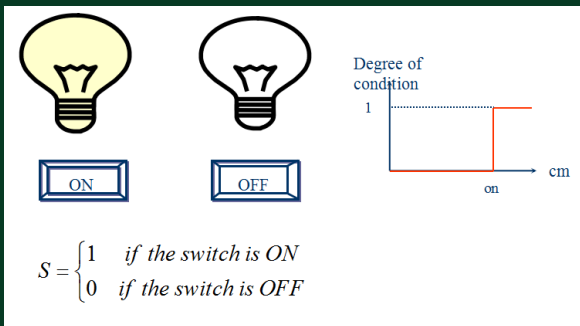
模糊分析

主讲：卞建鹏

1、模糊概念

模糊数学诞生于1965年，由美国自动控制专家L. A. Zadeh教授创立。目前已经在过程控制、故障诊断、图像处理等领域有广泛应用。

传统数学不能描述和处理没有明确边界的模糊概念。



1、模糊概念

模糊集合 (Fuzzy Sets)

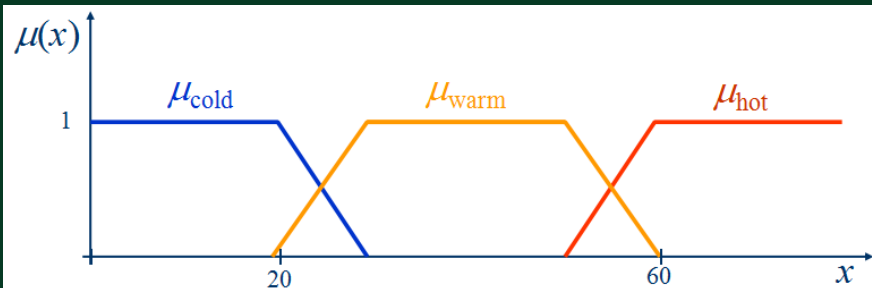
给定论域 U , U 到 $[0,1]$ 闭区间的任一映射 μ_A

$$\mu_A: U \rightarrow [0,1]$$

$$u \rightarrow \mu_A(u)$$

都确定 U 上的一个模糊子集 A , 简称**模糊集**。 μ_A 称为模糊集合 A 的**隶属函数 (Membership Function)**。

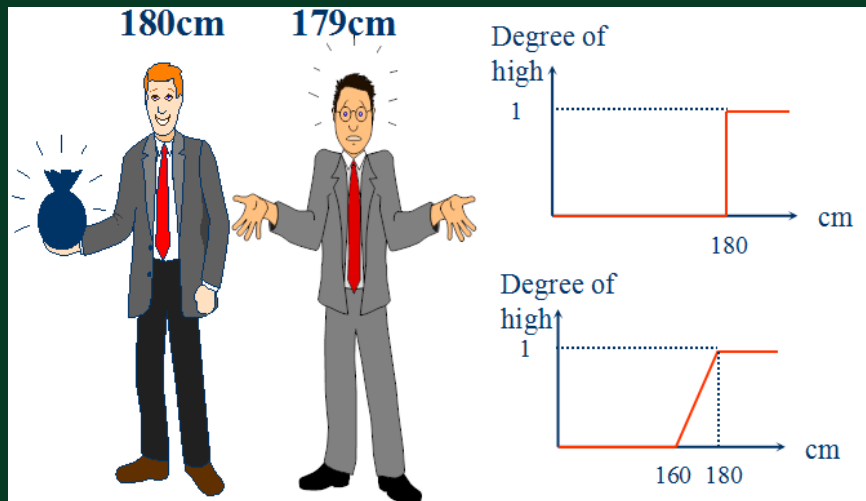
若论域中的元素用 x 表示, 则 $\mu_A(x)$ 称为 x 属于 A 的**隶属度 (degree of membership)**。



1、模糊概念

模糊集合的两要素：**论阈**、**隶属函数**。

隶属度值 $\mu(x)$ 越接近1，表示x属于高的程度越高。



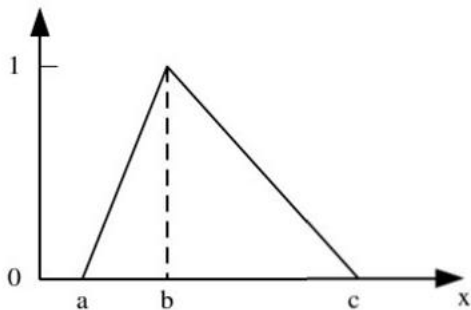
2、隶属度函数

常见隶属度函数

1. 三角型隶属函数

Trimf (x, [a b c])

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b < x \leq c \\ 0 & c < x \end{cases}$$

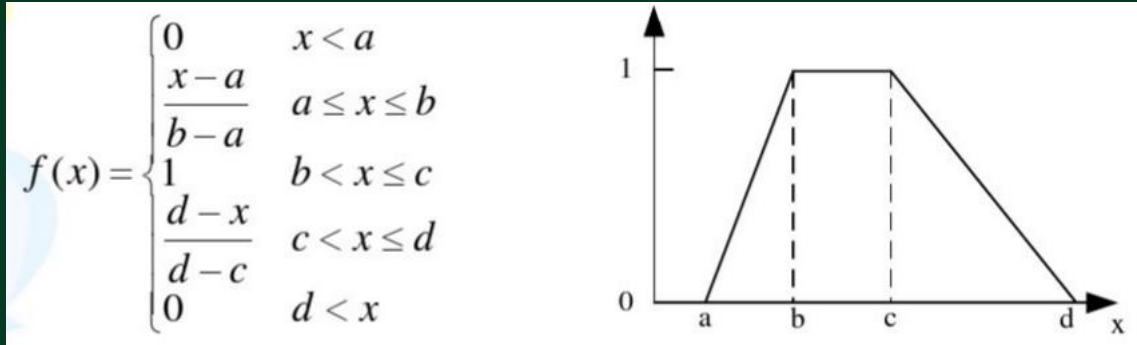


- a 为三角形左边底角的顶点坐标，b为顶角顶点坐标，
- c 右边底角的顶点坐标。

2、隶属度函数

2. 梯型隶属函数

Trapmf (x, [a b c d])



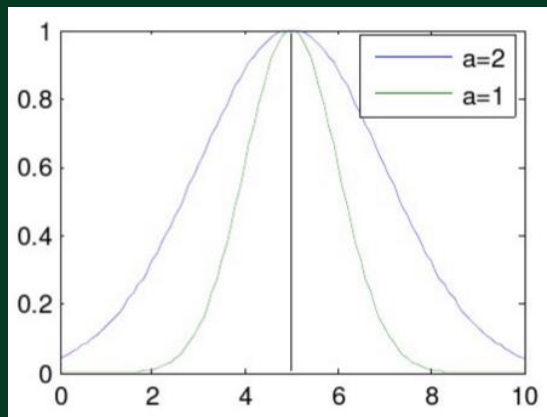
- a 为梯形左边底角的顶点坐标，b为左边顶角顶点坐标，
c 为右边顶角顶点坐标，d为右边底角的顶点坐标。

2、隶属度函数

3. 高斯型隶属函数

Gaussmf (x, [a c])

$$f(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{a^2}}$$



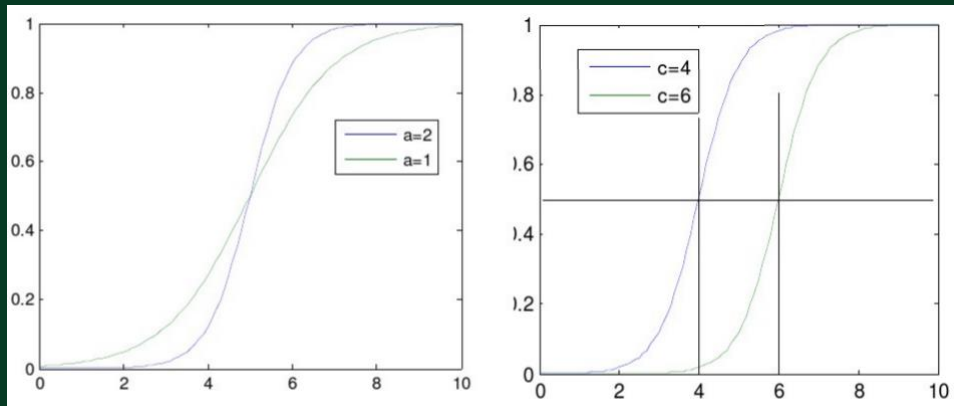
c 为函数的中心点，a为函数曲线的宽度。

2、隶属度函数

4. Sigmoid形隶属函数

`sigmf (x, [a c])`

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$

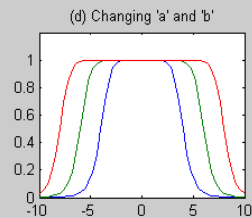
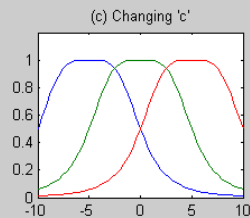
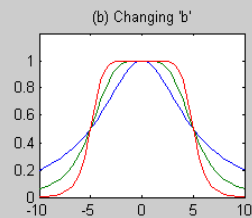
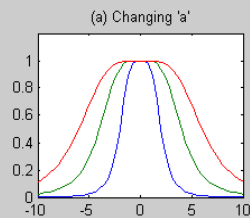


a 为正时，向右斜；a为负时，向左斜；a绝对值越大，斜率越大；
c为拐点对应的坐标。

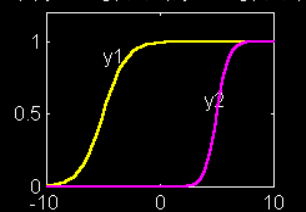
2、隶属度函数

$$gbellmf(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}}$$

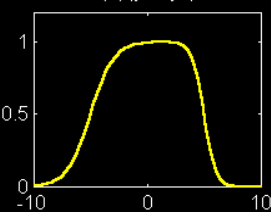
$$sigmf(x; a, c) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-c)}}$$



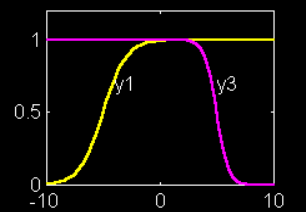
(a) $y1 = sig(x, 1, -5)$; $y2 = sig(x, 2, 5)$



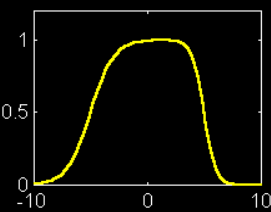
(b) $|y1 - y2|$



(c) $y1 = sig(x, 1, -5)$; $y3 = sig(x, -2, 5)$



(d) $y1 * y3$



模糊模式识别原则

(1) 最大隶属度原则

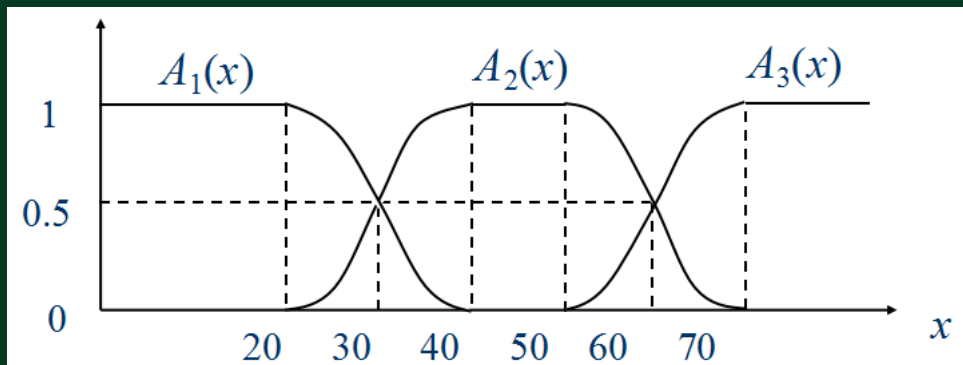
识别对象为单个论阈中的元素，通过直接计算被识别对象的隶属函数以判别其属于哪个模糊子集。

(2) 择近原则

识别对象为论阈上的一个模糊集，判别与哪一种已知的模糊子集最“贴近”。

(3) 综合评估

3、最大隶属度原则



young

$$A_1(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 20 \\ 1 - 2\left(\frac{x-20}{20}\right)^2, & 20 < x \leq 30 \\ 2\left(\frac{x-40}{20}\right)^2, & 30 < x \leq 40 \\ 0, & 40 < x \leq 100 \end{cases}$$

Middle age

$$A_2(x) = 1 - A_1(x) - A_3(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 20 \\ 2\left(\frac{x-20}{20}\right)^2, & 20 < x \leq 30 \\ 1 - 2\left(\frac{x-40}{20}\right)^2, & 30 < x \leq 40 \\ 1, & 40 < x \leq 50 \\ 1 - 2\left(\frac{x-50}{20}\right)^2, & 50 < x \leq 60 \\ 2\left(\frac{x-70}{20}\right)^2, & 60 < x \leq 70 \\ 0, & 70 < x \leq 100 \end{cases}$$

old

$$A_3(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 50 \\ 2\left(\frac{x-50}{20}\right)^2, & 50 < x \leq 60 \\ 1 - 2\left(\frac{x-70}{20}\right)^2, & 60 < x \leq 70 \\ 1, & 70 < x \leq 100 \end{cases}$$

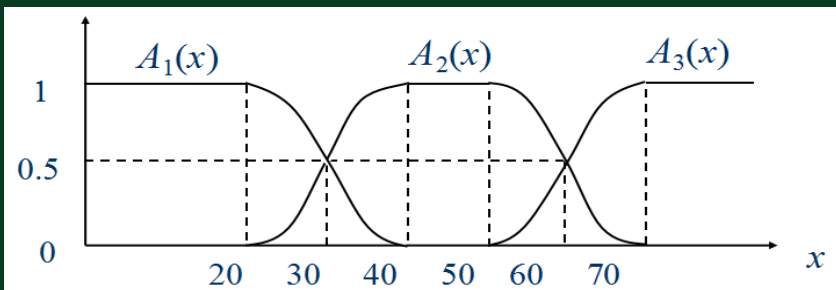
3、最大隶属度原则

设 $A_i \in F(U)$ ($i=1, 2, \dots, n$)

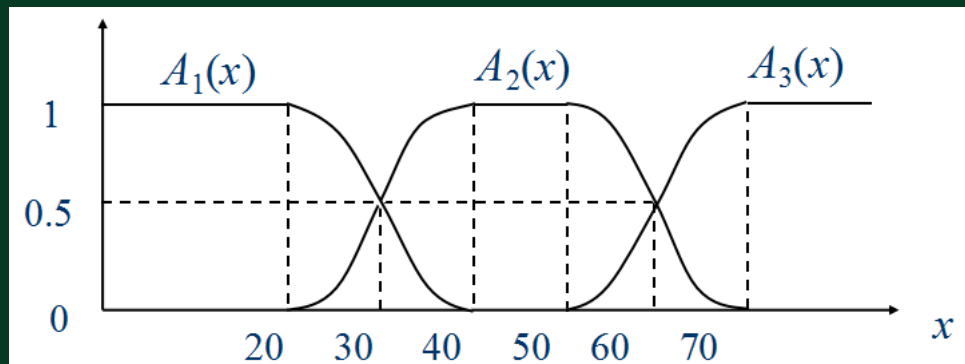
对于 $u_0 \in U$, 若存在 i_0 , 使得

$$\mu_{A_{i_0}}(u_0) = \max\{\mu_{A_1}(u_0), \mu_{A_2}(u_0), \dots, \mu_{A_n}(u_0)\}$$

则认为 u_0 相对地隶属于 A_{i_0}



3、最大隶属度原则



最大隶属度原则

$$A_2(40) = \max\{A_1(40), A_2(40), A_3(40)\} = \max\{0, 1, 0\} = 1$$

$$A_3(65) = \max\{A_1(65), A_2(65), A_3(65)\} = \max\{0, 0.125, 0.875\} = 0.875$$

```
x=input('please input age:');
```

```
if x>0&x<=20
```

```
    a=1;
```

```
elseif x>20&x<=30
```

```
    a=1-2*((x-20)/20)^2;
```

```
elseif x>30&x<=40
```

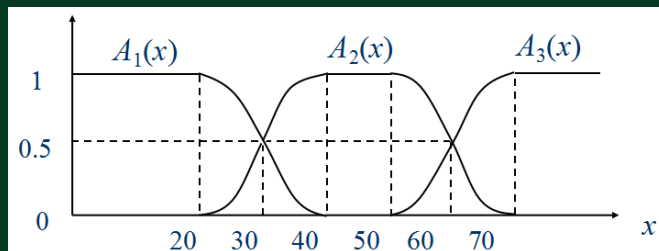
```
    a=2*((x-40)/20)^2;
```

```
else
```

```
    a=0;
```

```
end
```

```
disp(['belong to young degree:',num2str(a)]);
```



young

$$A_1(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x \leq 20 \\ 1 - 2\left(\frac{x-20}{20}\right)^2, & 20 < x \leq 30 \\ 2\left(\frac{x-40}{20}\right)^2, & 30 < x \leq 40 \\ 0, & 40 < x \leq 100 \end{cases}$$

4、择近原则

设 $A_i, B \in F(U)(i = 1, 2, \dots, n)$, 若存在 i_0 , 使得
$$N(A_{i_0}, B) = \max \{N(A_1, B), N(A_2, B), \dots, N(A_n, B)\}$$

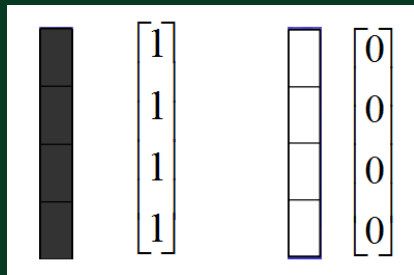
则认为 B 与 A_{i_0} 最贴近, 即判定 B 与 A_{i_0} 为一类。
该原则称为“择近原则”。

条形码识别



4、择近原则

每个数字由三个 ‘1’ 条码和两个 ‘0’ 条码组成，每个条码又分为四部分。

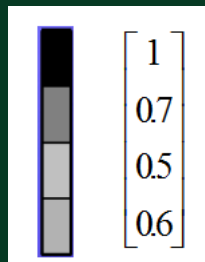


digit	1	2	3	4	5
0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0
2	1	0	1	1	0
3	0	1	1	1	0
4	1	1	0	0	1
5	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	1
7	1	0	0	1	1
8	0	1	0	1	1
9	0	0	1	1	1

$$M_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4、择近原则

由于打印过程中，条形码会出现模糊状态，因此应用模糊矩阵代表。如1代表黑色，0代表白色。



$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.3 \\ 0.5 & 0.9 & 0.9 & 0.2 & 0.2 \\ 0.8 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 0.3 \\ 0.7 & 0.5 & 0.8 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

4、择近原则

Hamming measure function of similarity

$$N_H(M_k, R) = 1 - \frac{1}{20} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 |m_{ij} - r_{ij}|$$

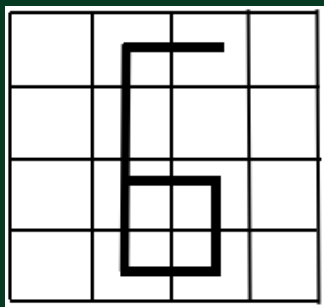
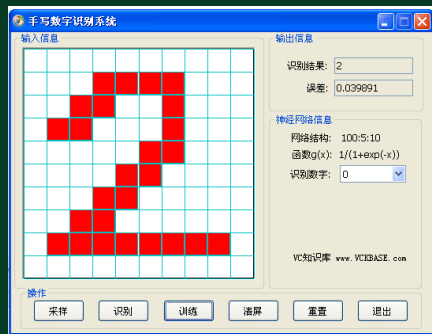
$$M_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.3 \\ 0.5 & 0.9 & 0.9 & 0.2 & 0.2 \\ 0.8 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 0.3 \\ 0.7 & 0.5 & 0.8 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

digit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N_H(M_k, R)$	0.67	0.52	0.56	0.59	0.49	0.53	0.55	0.38	0.40	0.44

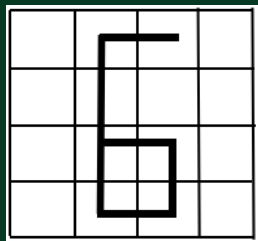
4、择近原则

文字识别

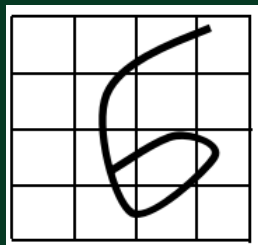


$$X^{(6)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4、择近原则



$$X^{(6)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Hamming measure
function of similarity

$$\begin{aligned} N_H(Y, X^{(6)}) &= 1 - \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} |y_i - x_i^{(6)}| \\ &= 1 - \frac{2}{16} = 0.875 \end{aligned}$$

5、模糊综合评估

服装评估

评估指标：U={颜色，板式，质量，价格，舒适性}

评价：V={很受欢迎，欢迎，较少欢迎，不受欢迎}

如对颜色进行评价 $R_1 = (0.2, 0.5, 0.3, 0)$

总评价矩阵

$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

5、模糊综合评估

指标：U={颜色，板式，质量，价格，舒适性}

评价：V={很受欢迎，欢迎，较少欢迎，不受欢迎}

各指标的权重

$$A=(0.10,0.10,0.15,0.30,0.35)$$

综合评估

$$B=A \circ R=(0.35,0.3,0.3,0.15)$$

$$R = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 \\ 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.6 & 0.3 \\ 0 & 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

归一化

$$\left(\frac{0.35}{1.1}, \frac{0.3}{1.1}, \frac{0.3}{1.1}, \frac{0.15}{1.1}\right) \approx (0.32, 0.27, 0.27, 0.14)$$

小结



在线开放课程

1. 隶属度函数
2. 最大隶属度原则
3. 择近原则
4. 模糊综合评估