石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

测试系统的基本特性

测试系统的静态特性、动态特性

主讲 ： 任彬

目录

1 测试系统的静态特性

如果测量时，测试装置的输入、输出信号不随时间变化而变化，则称为静态测量。

①测试系统的静态数学模型

理想情况：$y = a_1 x$

一般情况：

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

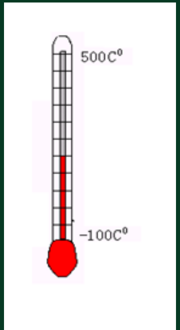
y——输出量；　x——输入量；

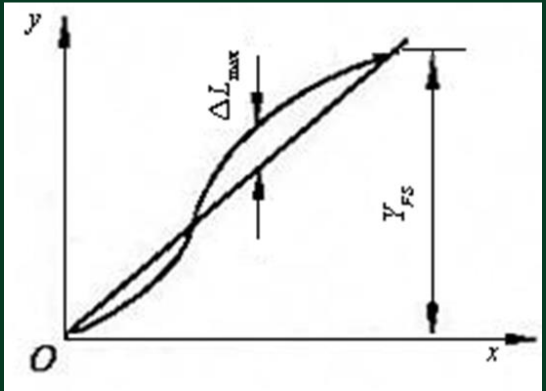
a_0——零点输出；　a_1——理论灵敏度；

$a_2, \cdots, a_n$———非线性项系数。

②测试系统的静态特性参数

线性度：反映测试系统实际输入、输出与理想直线偏离的程度。





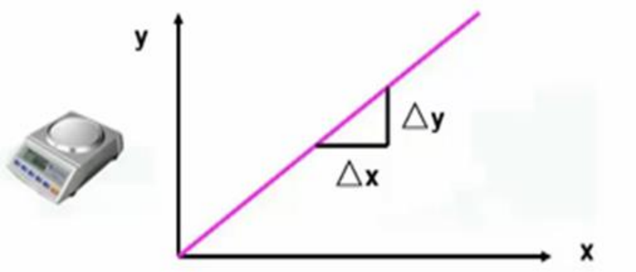
$$\gamma_L = \frac{\Delta L_{max}}{Y_{FS}} \times 100\%$$

灵敏度：

当测试装置的输入x有一增量Δx，引起输出y发生相应变化Δy时定义

$$S=\frac{\triangle y}{\triangle x}$$

描述测试装置对被测量变化的反应能力。

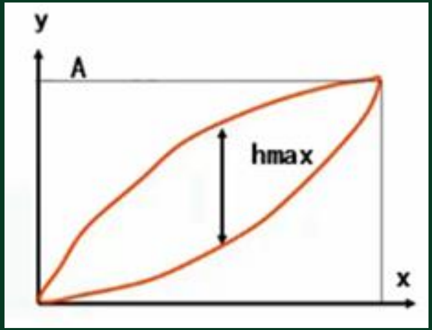


石家庄铁道大学
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY
在线开放课程

回程误差：

实际测试系统在输入量由小增大和由大减小的测试过程中，对应于同一输入量往往有不同的输出量。在同样的测试条件下，若在全量程输出范围内，对于同一个输入量所得到的两个数值不同的输出量之间差值最大者为ΔH_{max}，则定义回程误差为

$$\gamma_H = \frac{\Delta H_{\max}}{Y_{FS}} \times 100\%$$



③静态特性的其他描述：

a. 精确度 ： 测试系统的测量结果与被测量真值的接近程度。

b. 漂移：测试系统的测量特性随时间的缓慢变化，称为漂移。

c. 分辨力:引起测试系统的输出值产生一个可察觉变化的最小输入量变化值。

d. 量程：测量上限值与下限值的代数差称为量程。

e. 稳定性：在一定工作条件下，当输入量不定时，输出量随时间变化的程度。

2 测试技术的动态特性

当输入量随时间的变化时，测试系统表现出的响应特性称为测试系统的动态特性。

（1）测试系统的动态数学模型

时域微分方程

$$a_n\frac{d^n y(t)}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y(t)}{dt^{n-1}}+\bullet\bullet\bullet a_1\frac{d\ y(t)}{dt}+a_0 y(t)$$

$$=b_m\frac{d^m x(t)}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}x(t)}{dt^{m-1}}+\bullet\bullet\bullet b_1\frac{d\ x(t)}{dt}+b_0 x(t)$$

其中$a_n,a_{n-1},\cdots,a_1,a_0$和$b_m,b_{m-1},\cdots,b_1,b_0$均为常数。

传递函数

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0}$$

与输入信号以及初始条件无关，只反映系统的传输特性。

只反映系统本身的传输特性，与系统具体的物理结构无关。

通过系数反映输入输出量纲的变换关系。

分母取决于系统的结构

频率响应函数

幅频特性、相频特性和频率响应函数

$$x(t) = X_0 \sin \omega t \rightarrow y(t) = Y_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

幅频特性：$A(\omega) = \dfrac{Y_0}{X_0} \sim \omega$

相频特性：$\varphi(\omega) = \varphi \sim \omega$

（以上二者合称）频率响应特性

频率响应函数：$H(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$

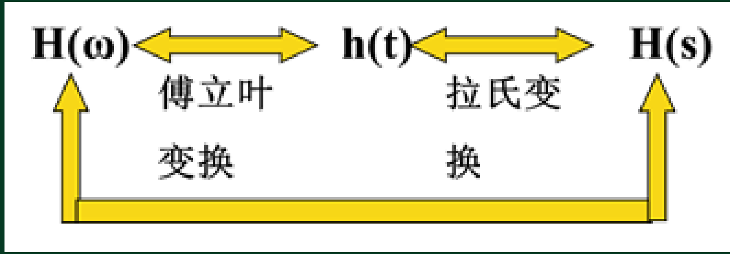
脉冲响应函数

当 $x(t)=\delta(t)$　　则 $X(s)=L[\delta(t)]=1$

$\therefore \quad Y(s)=H(s)X(s)=H(s)$

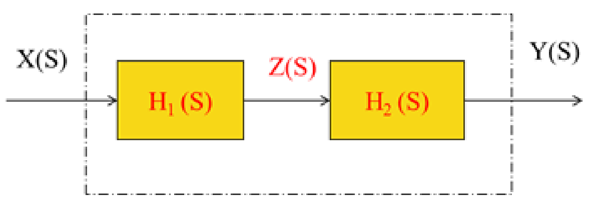
$\therefore \quad g(t)=y(t)=L^{-1}[Y(s)]=L^{-1}[H(s)]=h(t)$

系统特性的描述
- 时域：脉冲响应函数h(t)
- 频域：频率响应函数H(ω)
- 复数域：传递函数H(s)



环节的串联和并联

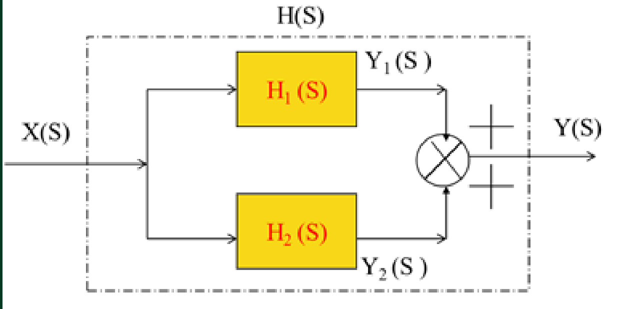
a. 串联



$$H(s)=\prod_{i=1}^{n}H_i(s)$$

$$H(j\omega)=\prod_{i=1}^{n}H_i(j\omega)\begin{cases}A(\omega)=\prod_{i=1}^{n}A_i(\omega)\\ \varphi(\omega)=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i(\omega)\end{cases}$$

b.并联

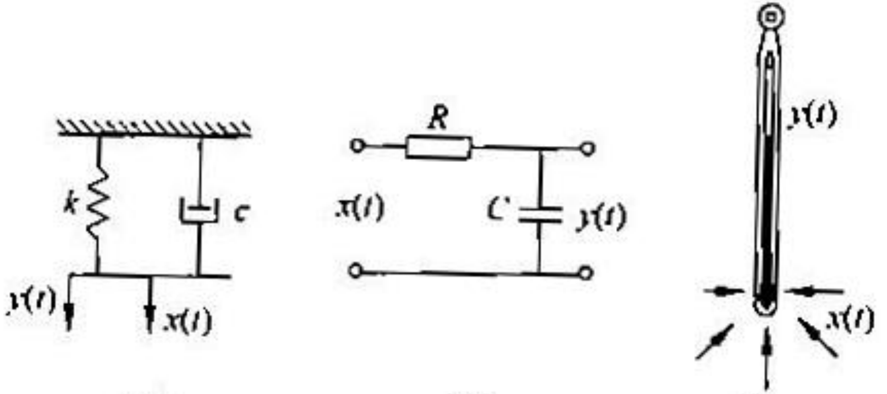


$$H(s) = \sum_{i=1}^{n} H_i(s)$$

$$H(j\omega) = \sum_{i=1}^{n} H_i(j\omega)$$

(2) 测试系统的动态特性参数

①一阶系统



(a) (b) (c)

输入和输出之间是一阶微分关系。

a. 一阶系统的传递函数

例：弹簧-阻尼系统

$$c\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=x(t)$$

令 $\tau=c/k$ 为时间常数，对上式进行拉氏变换整理得传递函数：

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{K}{\tau s+1}$$

b. 一阶系统的频率响应函数

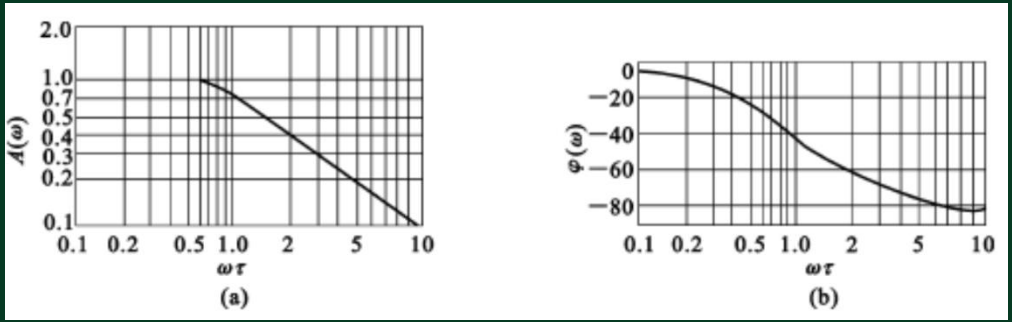
$$H(j\omega) = \frac{k}{j\tau\omega + 1}$$

一阶系统的幅频特性和相频特性的表达式分别为:

$$A(\omega) = \left|H(j\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{1+(\tau\omega)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\tau\omega)$$

幅频特性曲线和相频特性曲线为

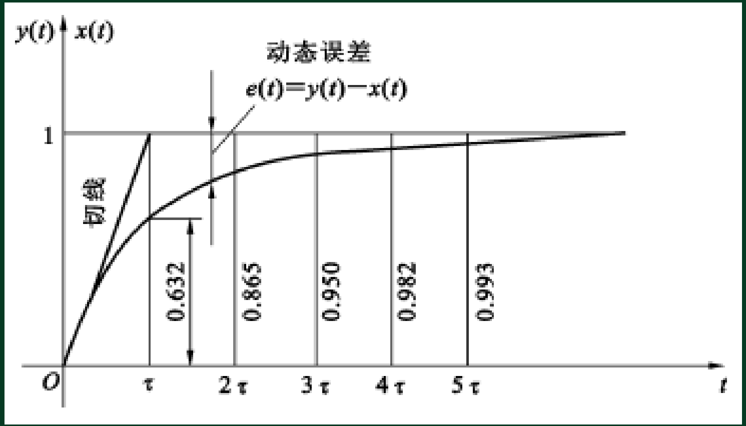


一阶系统的动态特性参数是时间常数τ，τ的大小决定了一阶系统的频率范围：τ越小，ω则可以增大，即工作频率范围越宽；反之，τ越大，ω则就要减小，使工作频率范围越窄。

c. 一阶系统的阶跃响应

一阶系统的阶跃响应函数为： $y(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

单位阶跃响应函数为： $y(t)=1-e^{-\frac{t}{\tau}}$



τ决定一阶系统动态响应快慢

例 3.6 用时间常数 $\tau=0.2$ s 的温度传感器测量 $x(t)=\sin 2t+0.3\sin 20t$ 的复合周期变化温度信号，求测量结果。

$$
\begin{aligned}
y(t) &= A(2)\sin[2t+\varphi(2)]+0.3A(20)\sin[20t+\varphi(20)] \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+(2\times 0.2)^2}}\sin[2t-\arctan(2\times 0.2)] \\
&\quad +\frac{0.3}{\sqrt{1+(20\times 0.2)^2}}\sin[20t-\arctan(20\times 0.2)] \\
&= 0.93\sin(2t-0.38)+0.072\sin(20t-1.32)
\end{aligned}
$$

②二阶系统

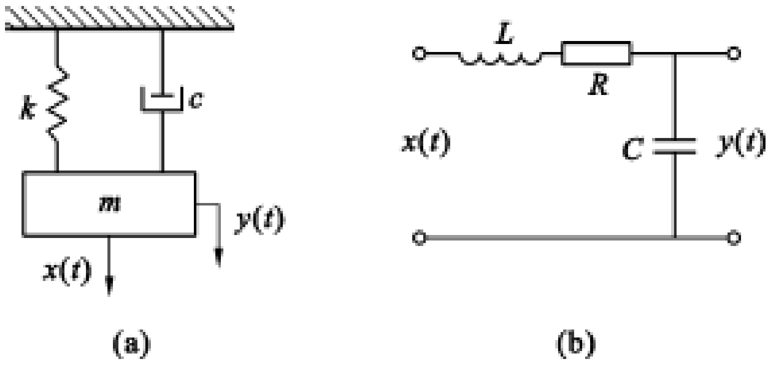


图 3.11　二阶系统实例

(a) 弹簧-质量-阻尼系统　(b) RLC 电路

$$m\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}+c\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+ky=x(t)$$

对二阶微分方程做拉氏变换，并归一化处理后，得到二阶系统的传递函数：

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

$$H(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

二阶系统的频率响应函数为：

$$H(j\omega)=\frac{1}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2+2j\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})}$$

幅频特性为：

$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{[1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2+[2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2}}$$

相频特性为：

$$\varphi(\omega)=-\arctan\frac{2\zeta(\omega/\omega_n)}{1-(\omega/\omega_n)^2}$$

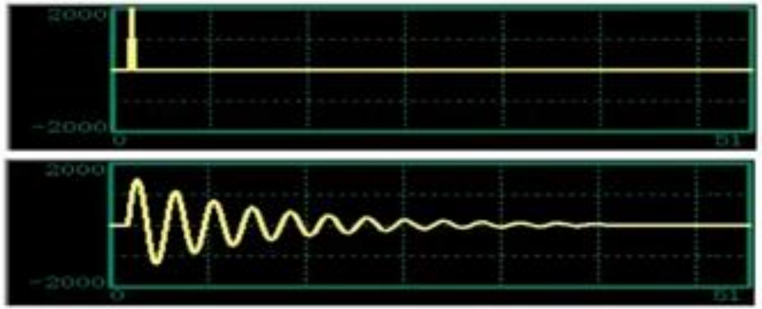
二阶系统动态特性参数：

$$H(\omega)=\frac{1}{1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2+2j\xi(\frac{\omega}{\omega_n})}$$

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

脉冲响应/阶跃响应函数法：

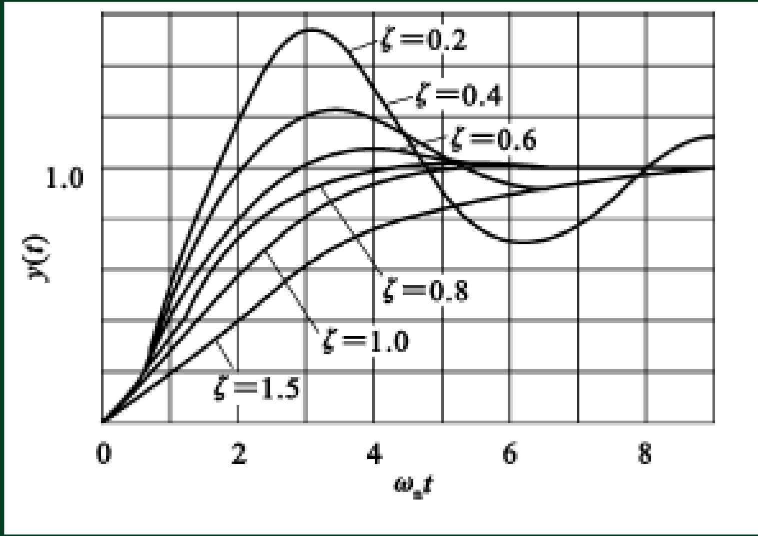


阻尼系数：决定了衰减的快慢

固有频率 ：决定了震荡的高低

二阶系统的阶跃响应

$$y(t)=1-\frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t+\arctan\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$$



（1）动态误差

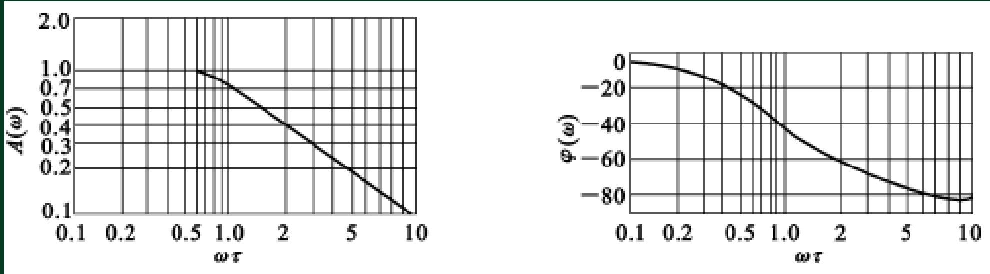
（2）ζ值大或小，趋于终值的时间都过长。

（3）ζ一定，ω_n大小决定响应速度快慢。

(3) 测试系统动态特性参数的测量

①用频率响应法测量动态特性参数

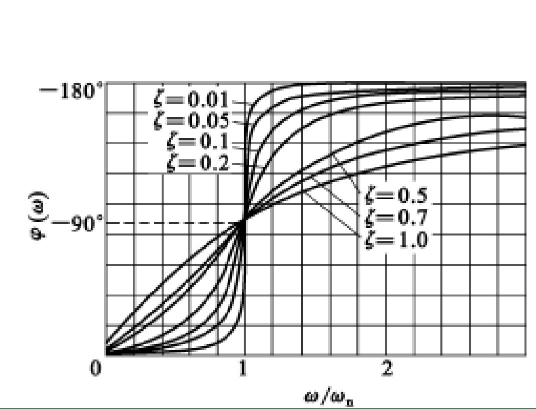
a.一阶系统时间常数的测量



(a) (b)

$$\tau = \frac{1}{\omega}\left(\text{或 } \tau = \frac{1}{2\pi f}\right)$$

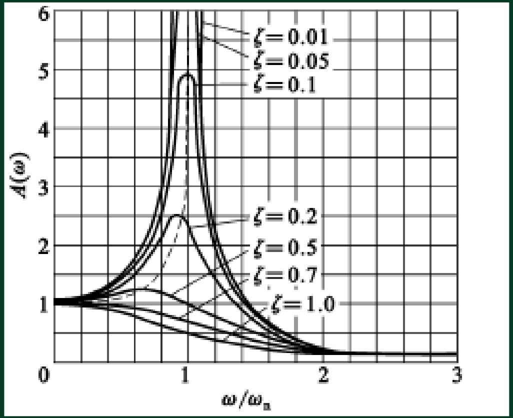
b.二阶系统阻尼系数和固有角频率的测量

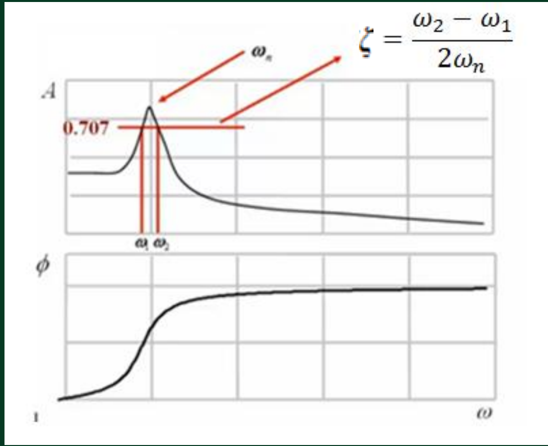


由相频曲线估计 其动态参数:

当$\omega=\omega_n$时，不管ζ取何值，$\varphi(\omega_n)=-90^0$;
该点斜率反映了阻尼比大小。

由幅频特性曲线估计其动态参数：





$$A(\omega)=\frac{1}{\sqrt{[1-(\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2+[2\zeta(\frac{\omega}{\omega_n})]^2}}$$

$$\omega_1=(1-\zeta)\omega_n$$

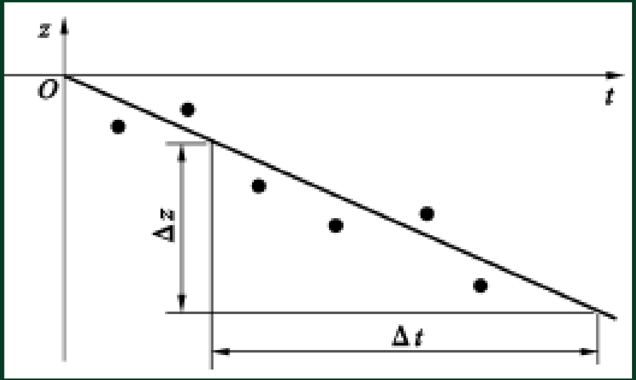
$$\omega_2=(1+\zeta)\omega_n$$

$$\omega=\omega_n,\quad A(\omega_n)\approx\frac{1}{2\zeta}$$

$$A(\omega_1)\approx\frac{1}{2\sqrt{2}\zeta}\approx A(\omega_2)$$

②用阶跃响应法测量动态特性参数

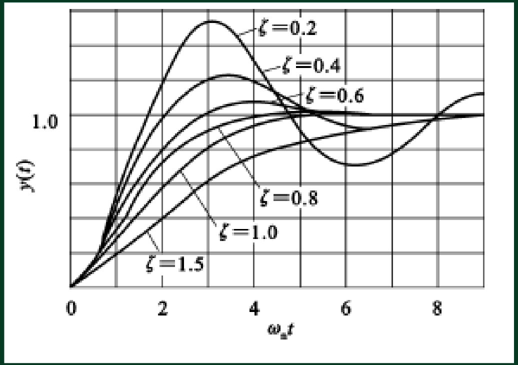
a. 一阶系统时间常数的测量

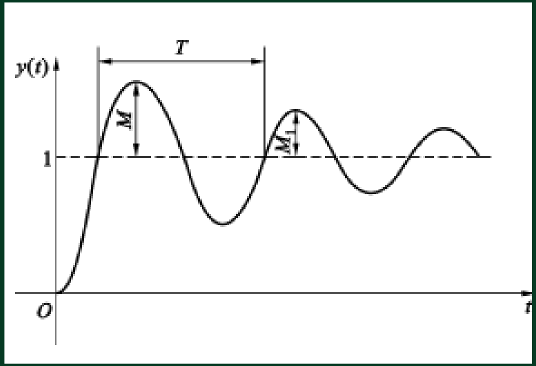


$\because\ y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$ $\quad\therefore\ e^{-t/\tau} = 1 - y(t)$

两边取对数：$Z = \ln[1 - y(t)] = -\dfrac{t}{\tau}$

b. 二阶系统阻尼系数和固有频率的测量





$$\therefore\ y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \varphi)$$

$$(0 < \zeta < 1)$$

阻尼振荡频率： $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$；

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d} \qquad M = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\pi}{\ln M}\right)^2 + 1}}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T\sqrt{1-\zeta^2}}$$

小结

（1）测试系统的静态特性参数及求取方法

（2）测试系统的动态特性参数及求取方法