



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

信号的描述及其频谱分析

信号的分类与描述（一）

主讲：牛江川

# 本章学习内容



在线开放课程

1. 信号的分类与描述
2. 周期信号与离散频谱
3. 瞬态信号与连续频谱
4. 离散傅里叶变换

# 1 概述

## 信号与信息的关系

信号



信息

红灯亮

交通信号灯

停止

黄灯亮



注意

绿灯亮

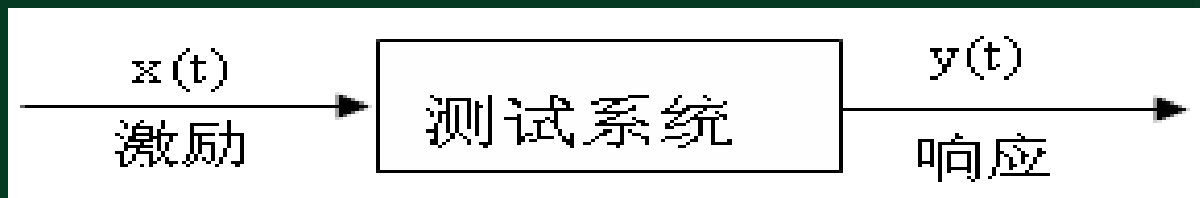
通行

信息的载体是光信号

信号是信息的载体，是工程测试的对象。

工程测试中需考虑的问题：

- ①不失真的将被测信号反映出来
- ②测试系统要具有高的性价比



## ● 激励 (excitation)

测试系统的输入量。

## ● 响应 (response)

测试系统的输出量。

**失真：**测试系统的响应与激励的不一致性。

**理想的系统希望：**

测试系统的响应能真实地再现输入的变化。

**或者是：**测试系统的响应是激励的相似量。

测试系统不失真测试与下列因素有关：

- ①与测试系统的特性有关；
- ②与被测信号的频率有关。

### ●信号分析：

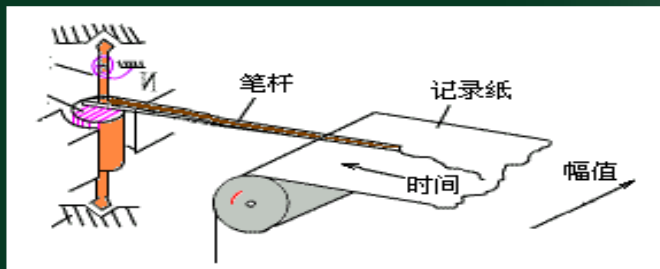
运用数学工具对信号加以分析研究，提取有用的信号，从中得到一些对工程有益的结论和方法。

## 2 信号的分类与描述

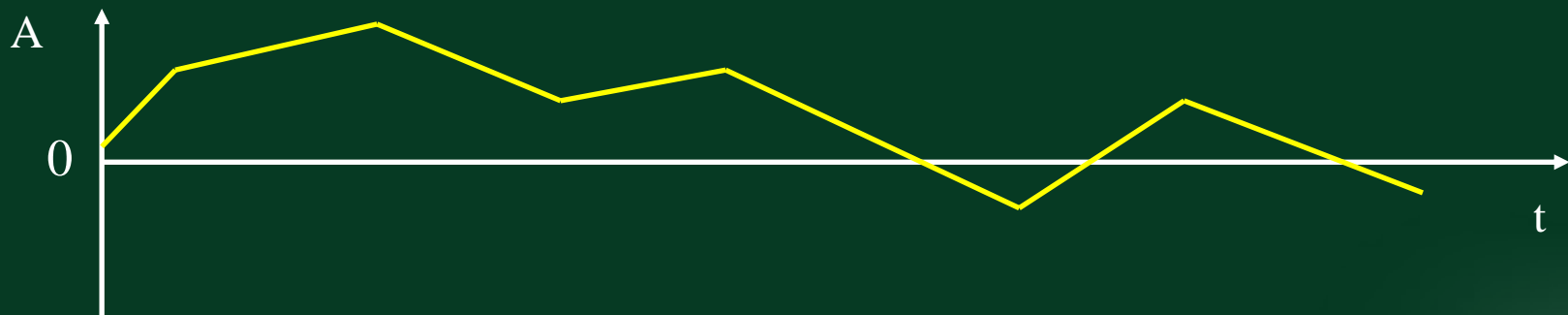
### 一、信号的分类

信号的分类主要是依据信号波形特征来划分的，在介绍信号分类前，先建立信号波形的概念。

**信号波形：**被测信号幅值随时间的变化历程称为信号的波形。



波形



**信号波形图：**用被测物理量的强度作为纵坐标，用时间做横坐标，记录被测物理量随时间的变化情况。



为深入了解信号的物理实质，将其进行分类研究是非常必要的，从不同角度观察信号，可分为：

## 1 从信号描述上分

—确定性信号与随机信号；

## 2 从信号的幅值和能量上

—能量信号与功率信号；

## 3 从分析域上

—时域与频域；

## 4 从连续性

—连续时间信号与离散时间信号；

## 5 从可实现性

—物理可实现信号与物理不可实现信号。

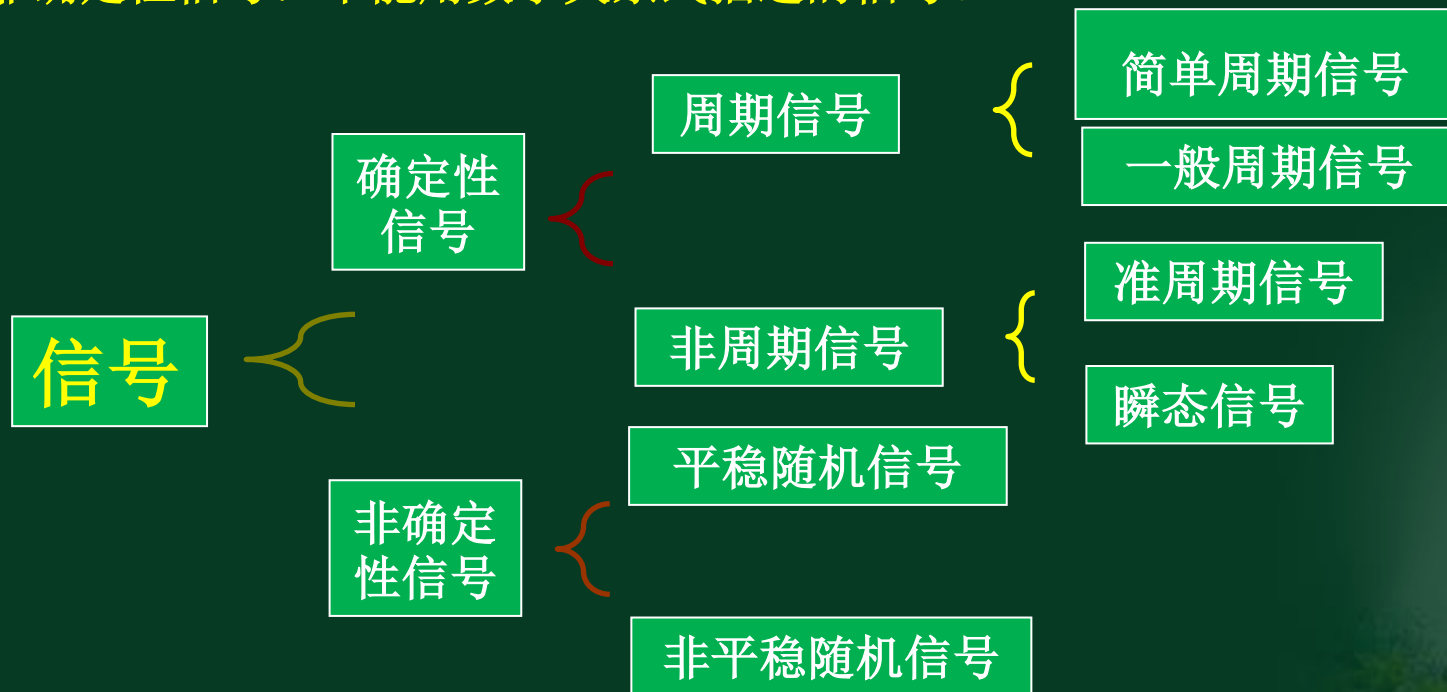
## 6 从信号随时间变化的情况可分为：

—动态信号与静态信号。

# 1 确定性信号与随机信号

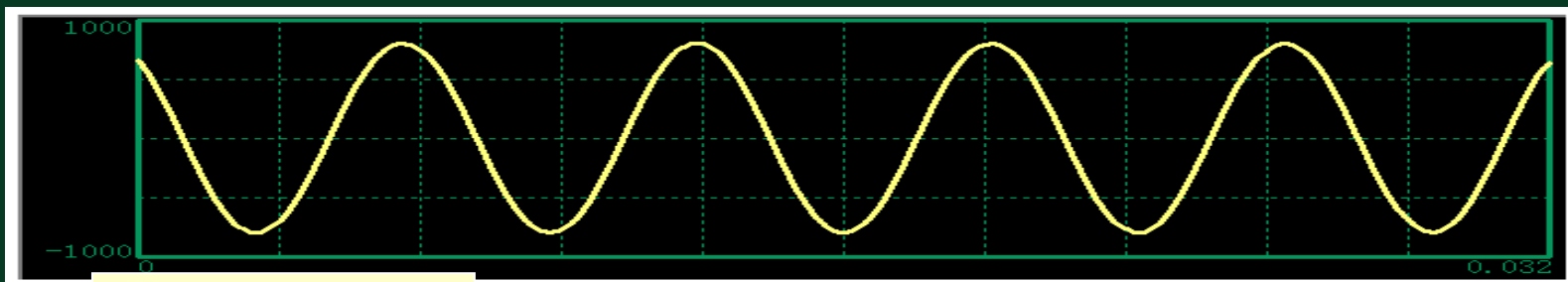
确定性信号：可用明确数学关系式描述的信号。

非确定性信号：不能用数学关系式描述的信号。

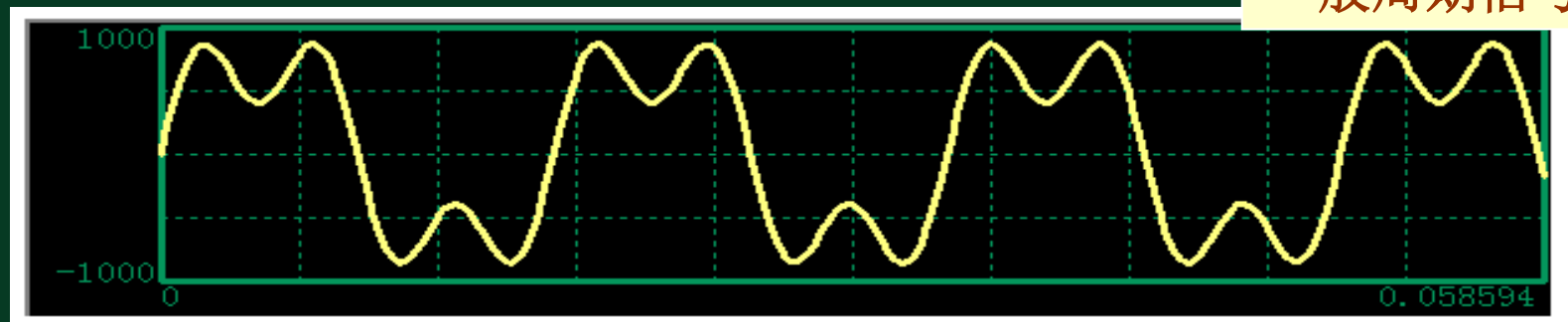


a) 周期信号：经过一定时间可以重复出现的信号

$$x(t) = x(t + nT_0) \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$



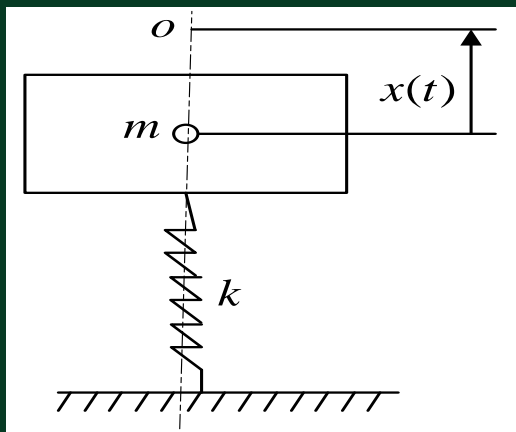
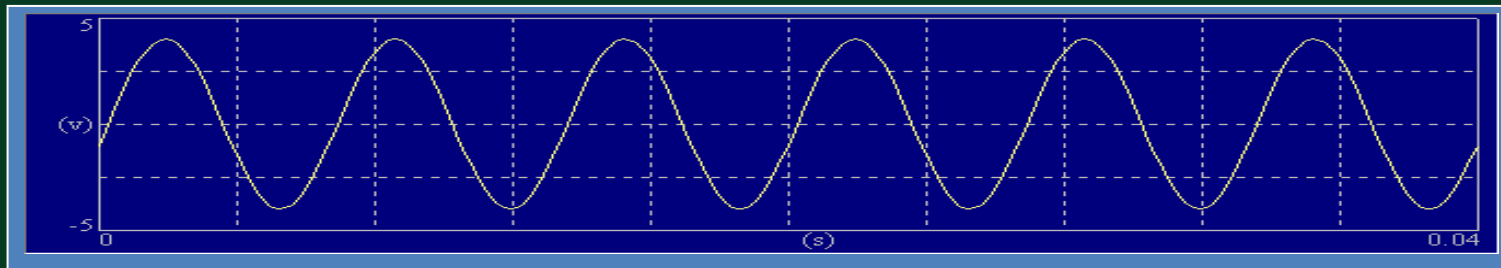
简单周期信号



一般周期信号

简单周期信号：频率单一的正弦或余弦信号。

谐波信号



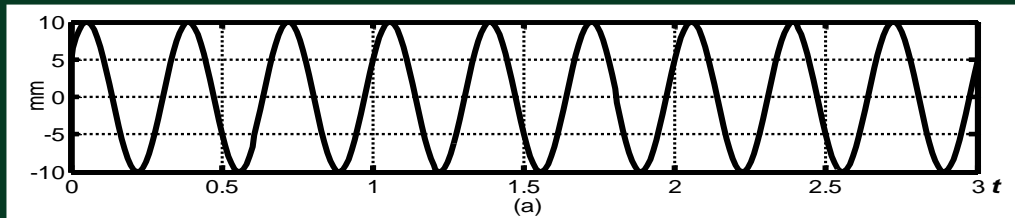
信号的  
“波形”

$$x(t) = X_0 \sin \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi_0 \right)$$

# 一般周期信号:

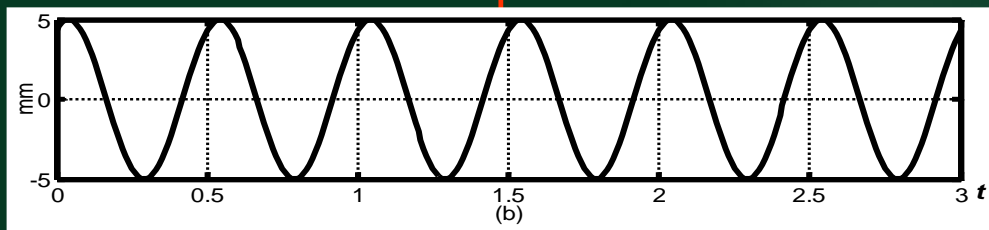
由多个乃至无穷多个频率成分叠加而成,  
叠加后存在**公共周期**的信号

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) \\ &= A_1 \sin(2\pi f_1 t + \theta_1) \\ &= 10 \sin(2\pi \cdot 3 \cdot t + \pi/6)\end{aligned}$$



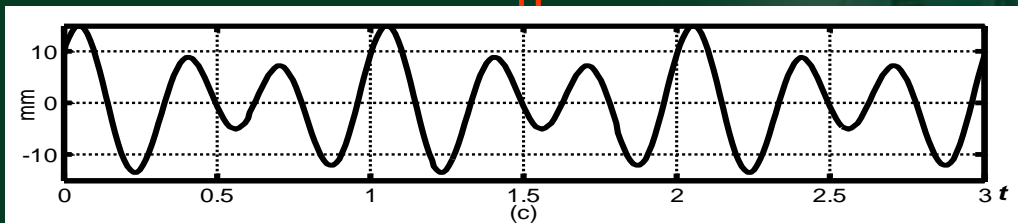
+

$$\begin{aligned}x_2(t) &= A_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) \\ &= A_2 \sin(2\pi f_2 t + \theta_2) \\ &= 5 \sin(2\pi \cdot 2 \cdot t + \pi/3)\end{aligned}$$



||

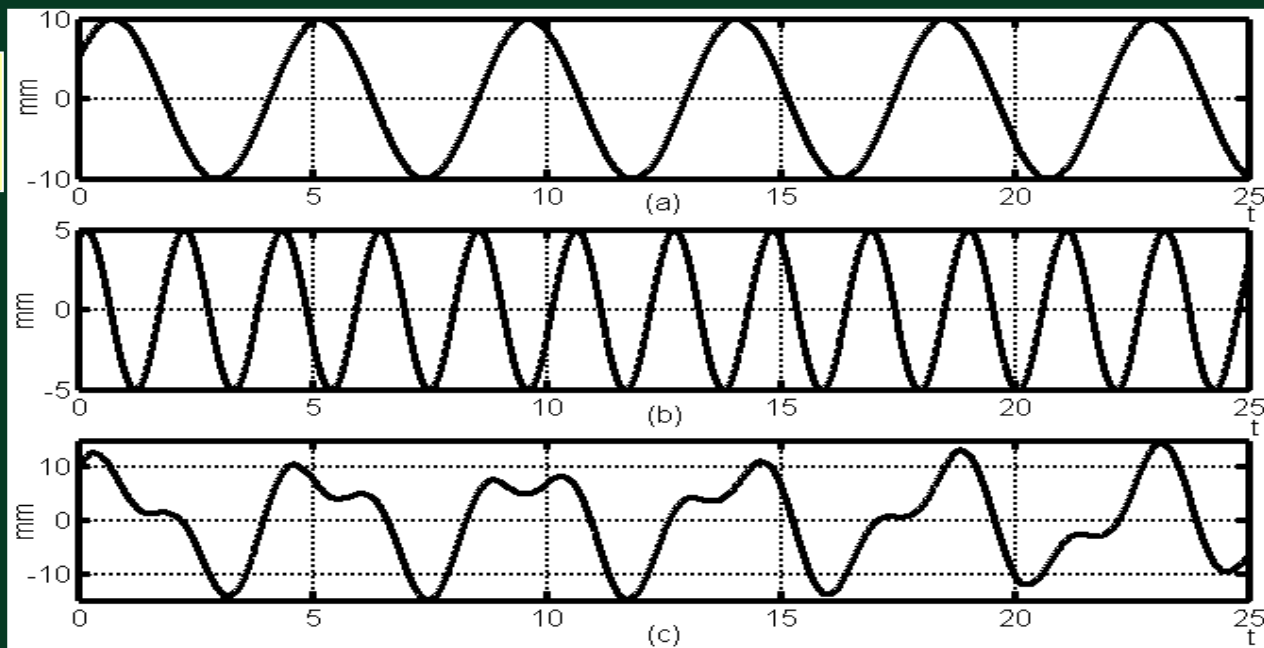
$$\begin{aligned}x_3(t) &= 10 \sin(2\pi \cdot 3 \cdot t + \pi/6) \\ &\quad + 5 \sin(2\pi \cdot 2 \cdot t + \pi/3)\end{aligned}$$



## b) 非周期信号：在不会重复出现的信号。

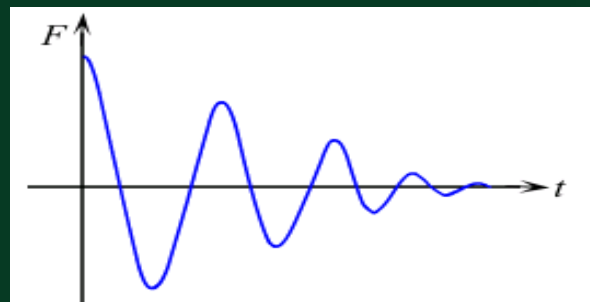
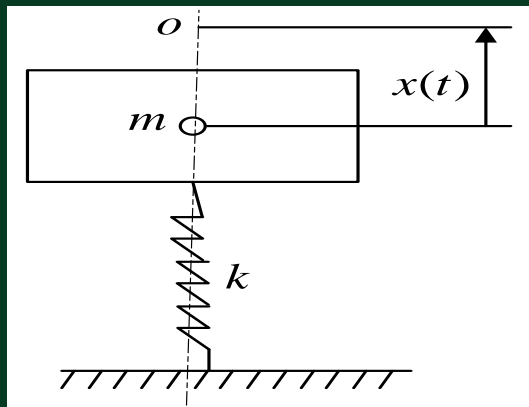
准周期信号：由多个周期信号合成，其中至少有一对频率比不是有理数。

$$x(t) = A_1 \sin(\sqrt{2}t + \theta_1) + A_2 \sin(3t + \theta_2)$$



**瞬态信号**:在有限时间段内存在, **或**随着时间的增加而幅值衰减至零的信号。

$$x(t) = e^{-t} x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi_0\right)$$

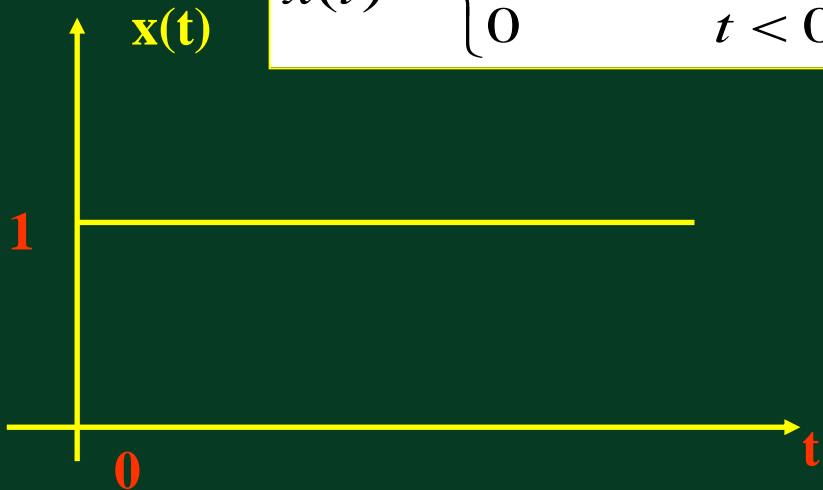




# 常见非周期信号

## 1. 单位阶跃信号

$$x(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$



**物理实现：**工程上，在某时刻给系统加载或卸载来实现，采用这种信号来测试系统的动态特性即分析其阶跃响应曲线等。

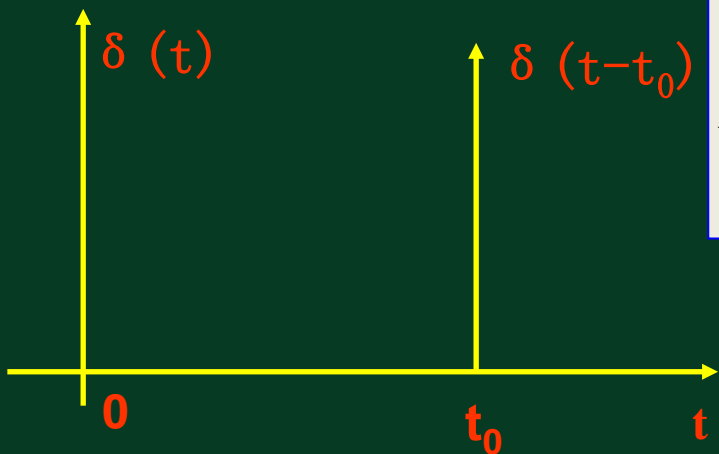
## 2. 单位脉冲信号

物理学中常运用质点、瞬时力的抽象模型。即视质点的体积为零，密度(质量 / 体积)为无限大，而总质量(密度的体积积分)为某一确定的单位值；视瞬时力的作用时间为零(无限小)，力为无限大，冲量(力的时间积分)又为某一确定有限值。为描述这一类概念，物理学和控制工程中都定义了单位脉冲信号，简称  $\delta(t)$  函数，数学表达式为：

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \infty, & t - t_0 = 0 \\ 0, & t \neq t_0 \end{cases}$$

且

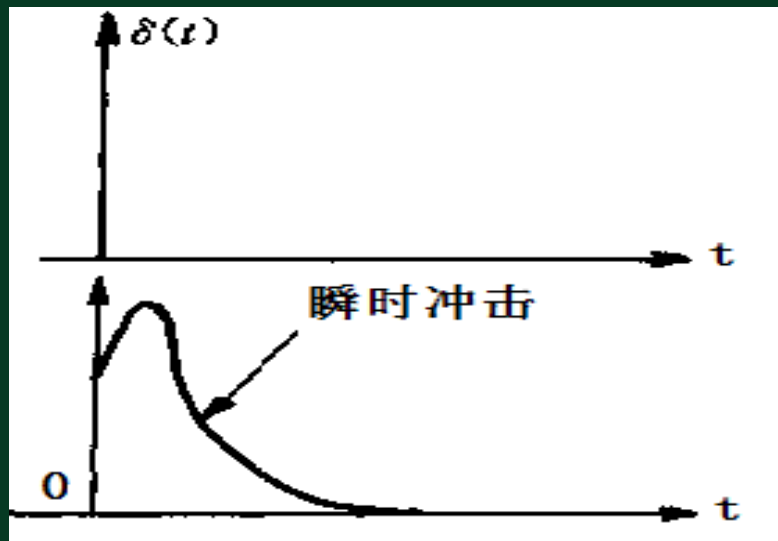
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1$$



若  $t_0 = 0$

则 
$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$



两者区别:

在函数的作用点产生的时刻不同。

物理实现:

在实际应用中,常采用瞬时冲击来近似实现  $\delta(t)$  信号。

# 筛选性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$$

若

$$t_0 = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_0)\delta(t)dt = x(0)$$

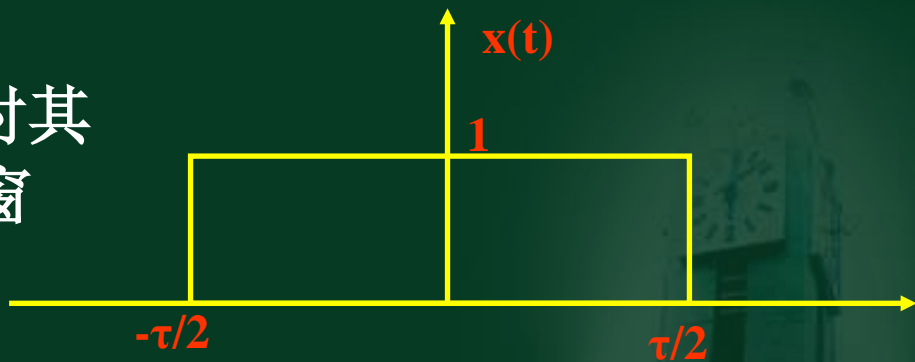
可用来描述模拟信号的离散采样过程。

$\delta(t)$ 信号具有无限广的频谱， $\delta(t)$ 信号又称为理想“白噪声”

### 3. 方波信号（矩形脉冲信号）

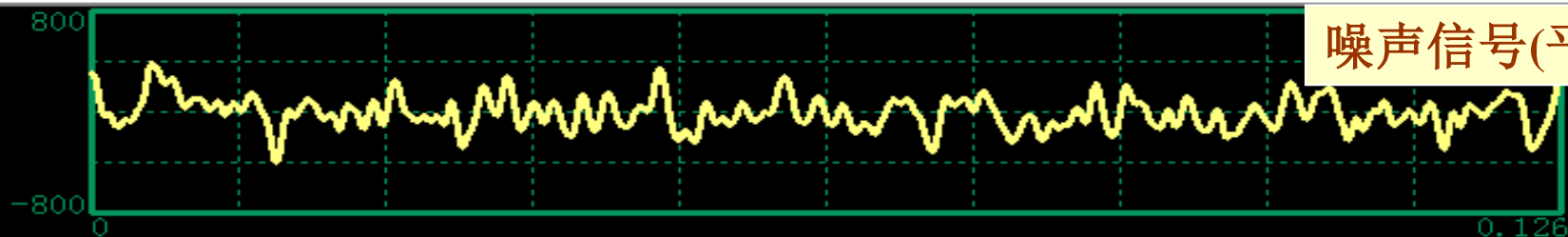
$$x(t) = \begin{cases} 0 & |t| > \frac{\tau}{2} \\ 1 & |t| < \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

在实际应用中，常用来对其  
它信号进行加权处理，即加窗  
处理。

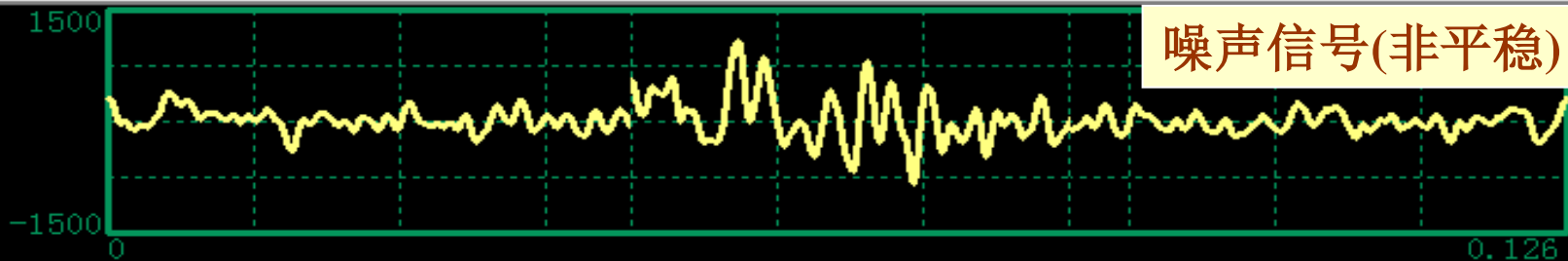


c) 非确定性信号：不能用数学式描述，其幅值、相位变化不可预知，所描述物理现象是一种随机过程。

噪声信号(平稳)



噪声信号(非平稳)



统计特性变异

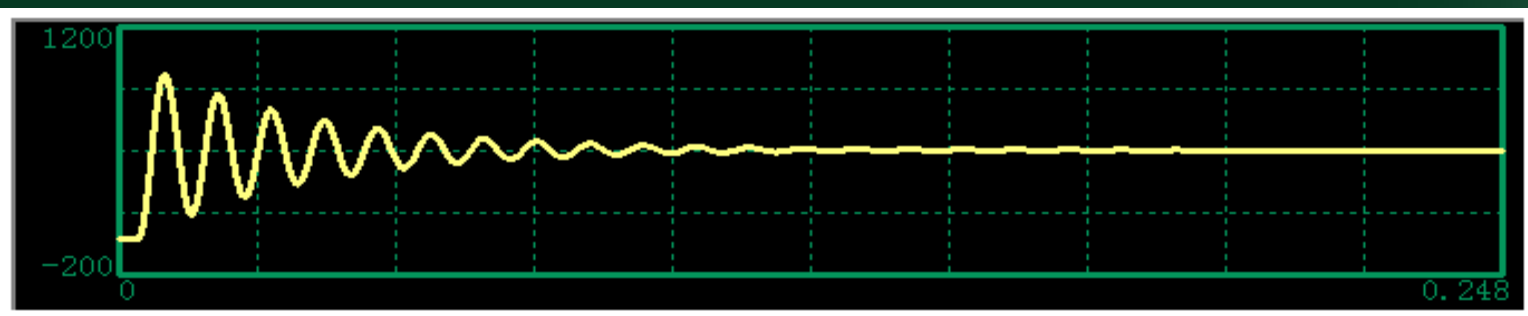
## 2 能量信号与功率信号

### a) 能量信号

在所分析的区间  $(-\infty, \infty)$ ，能量为有限值的信号称为能量信号。满足条件：

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty$$

一般持续时间有限的瞬态信号是能量信号。

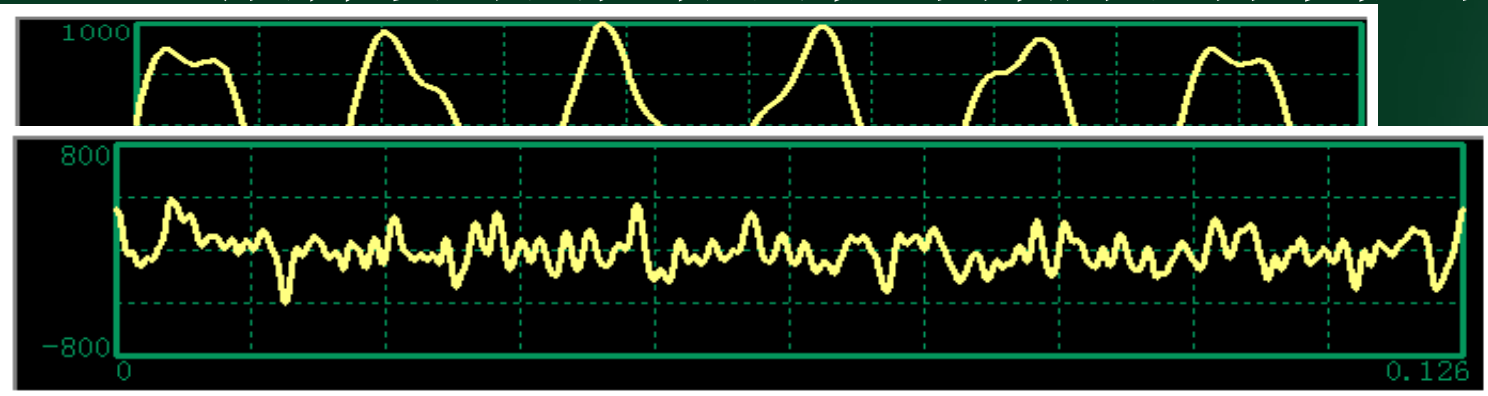


## b) 功率信号

在所分析的区间  $(-\infty, \infty)$ ，能量不是有限值。此时，研究信号的平均功率更为合适。

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt < \infty$$

一般持续时间无限的信号都属于功率信号：





### 3 时限与频限信号

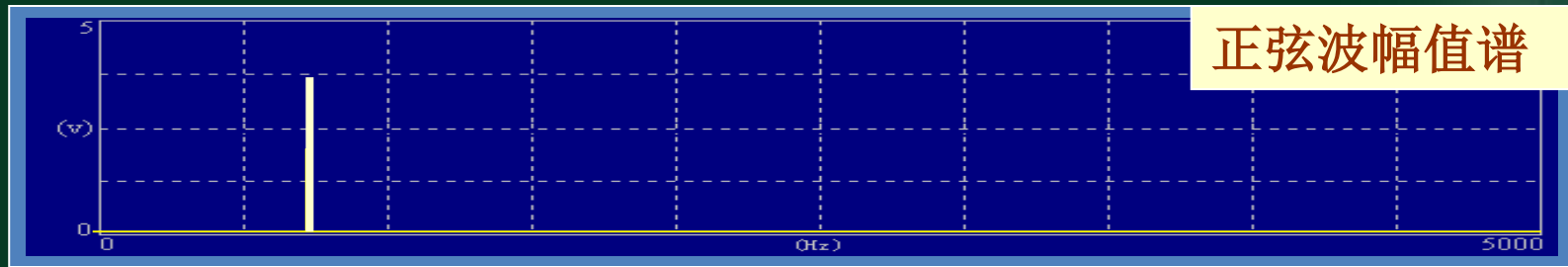
#### a) 时域有限信号

在时间段  $(t_1, t_2)$  内有定义，其外恒等于零。



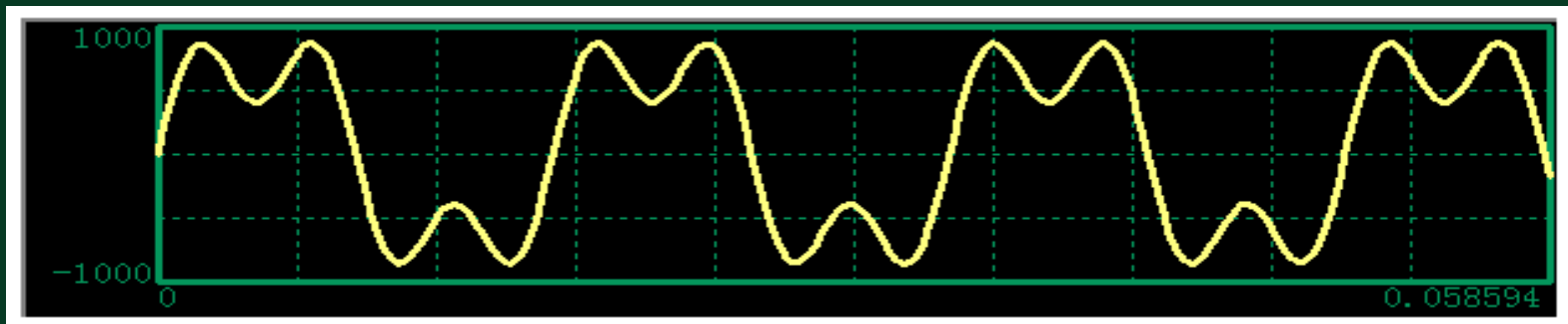
#### b) 频域有限信号

在频率区间  $(f_1, f_2)$  内有定义，其外恒等于零。

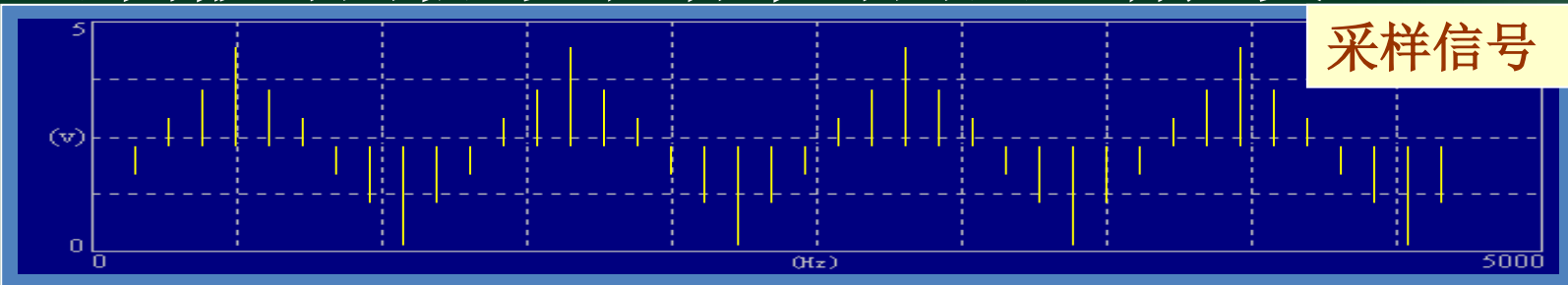


## 4 连续时间信号与离散时间信号

a) 连续时间信号: 在所有时间点上有定义

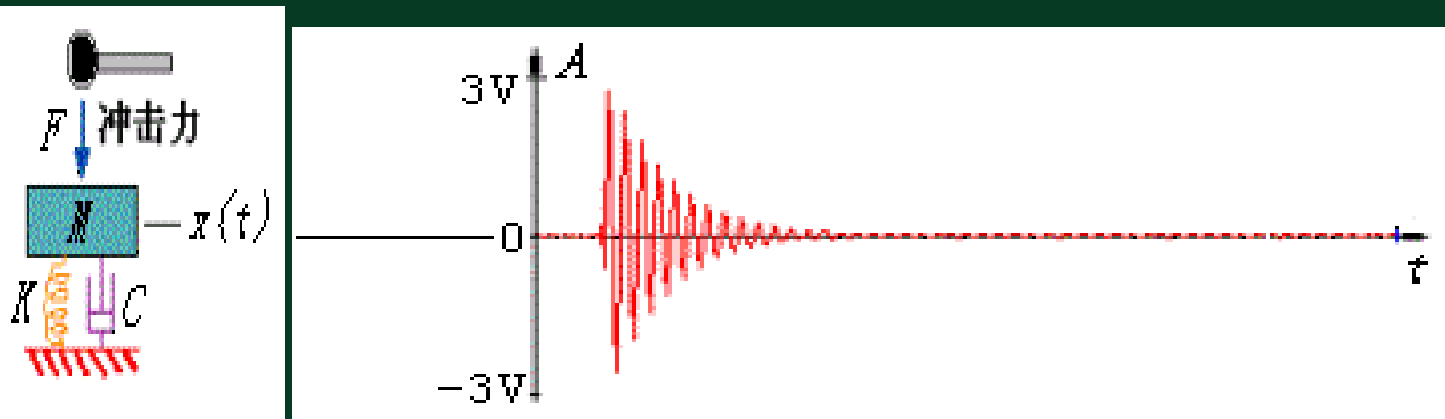


b) 离散时间信号: 在若干时间点上有定义

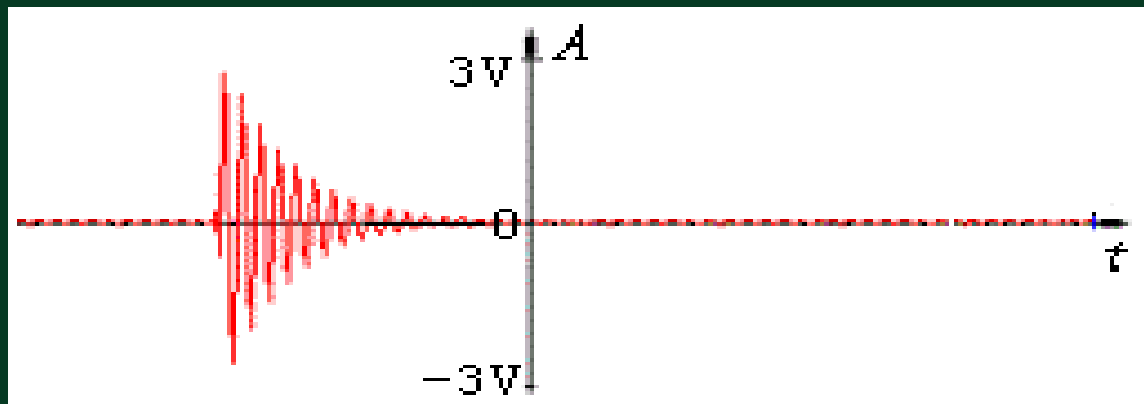
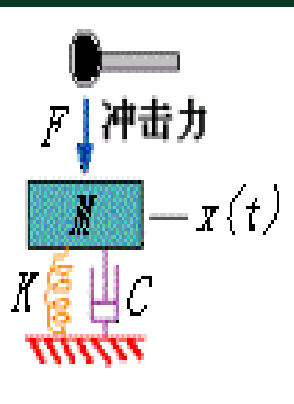


## 5 物理可实现信号与物理不可实现信号

- a) 物理可实现信号：又称为单边信号，满足条件：  
 $t < 0$  时， $x(t) = 0$ ，  
即在时刻小于零的一侧全为零。



b) 物理不可实现信号：在事件发生前 ( $t < 0$ ) 就预知信号。



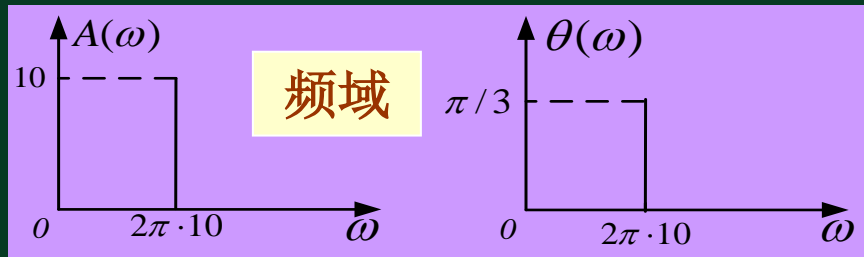
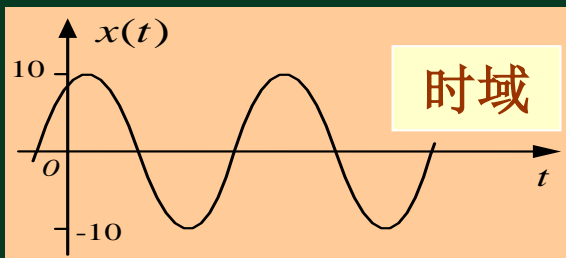
# 6 时域和频域信号

## 信号的“域”



在线开放课程

$$x(t) = A_0 \sin(\omega_0 t + \theta_0) = A_0 \sin(2\pi f t + \theta) = 10 \sin(2\pi \cdot 10 \cdot t + \pi/3)$$



信号“域”的不同，是指信号的**独立变量**不同，或描述信号的横坐标物理量不同。

信号的时域描述：以**时间**为独立变量，其强调信号的**幅值随时间变化**的特征。

信号的频域描述：以**角频率或频率**为独立变量，其强调信号的**幅值和相位随频率变化**的特征。

# 信号的分类与描述

时域描述：反映信号随时间变化

频域描述：反映信号的组成成分

同一信号无论选用哪种描述方法都含有同样的信息量

# 小结



在线开放课程

