



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

控制系统matlab计算与仿真

线性控制系统的根轨迹分析

主讲：刘希太

◆ 根轨迹简介

- 所谓**根轨迹**，是指开环系统某一参数从零变到无穷大时，闭环系统特征方程的根在s平面上的轨迹。
- 对应正负反馈或相角情况有**零度根轨迹**和**180度根轨迹**。后者又称为常规根轨迹。
- 常规根轨迹中可变参数一般为系统的开环增益K。当可变参数为其它参数时称为参量根轨迹。
- 利用根轨迹分析方法可对系统进行各种性能分析，并找出校正系统的方法。

◆ 部分根轨迹绘制及零极点分析函数

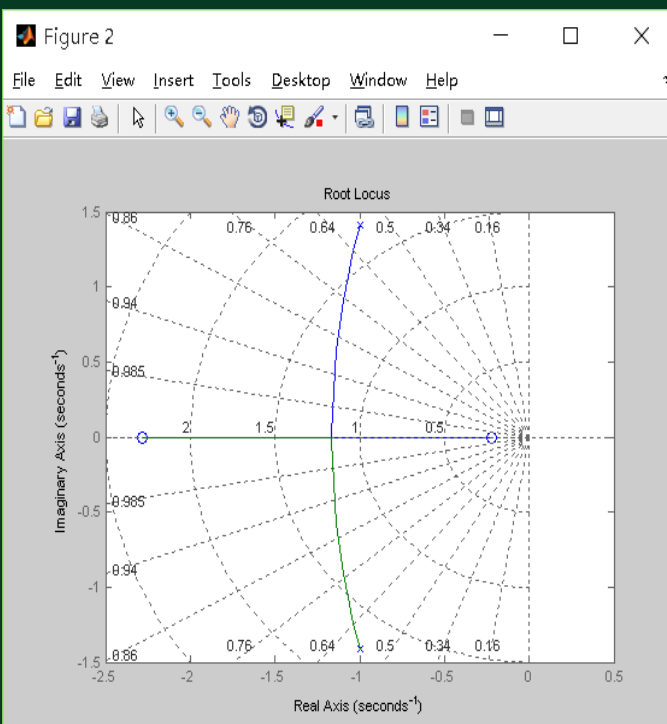
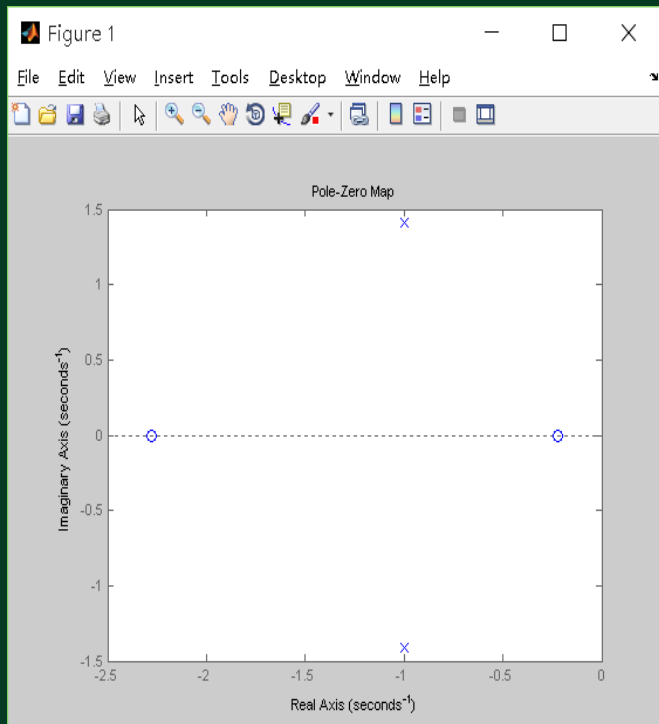
函数名	功 能	格 式
pzmap	绘制系统的零极点图	pzmap(sys) [p,z]=pzmap(num,den) [p,z]=pzmap(a,b,c,d)
rlocfind	计算给定根轨迹增益	[K,poles] = rlocfind(sys)
rlocus	求系统根轨迹	rlocus(sys) rlocus(num,den)
damp	求极点的固有频率和阻尼	[Wn,Z] = damp(sys)
ploe	求系统的极点	p = pole(sys)

◆ 示例1: 绘制其零极点图和根轨迹

已知连续系统 $G(s) = \frac{2s^2 + 5s + 1}{s^2 + 2s + 3}$

试绘制其零极点图和根轨迹图。

```
num=[2,5,1]; den=[1,2,3];sys=tf(num,den);  
figure(1); pzmap(sys);  
figure(2); rlocus(sys); sgrid
```



◆ 示例2: 绘制根轨迹并分析K对阶跃响应的影响

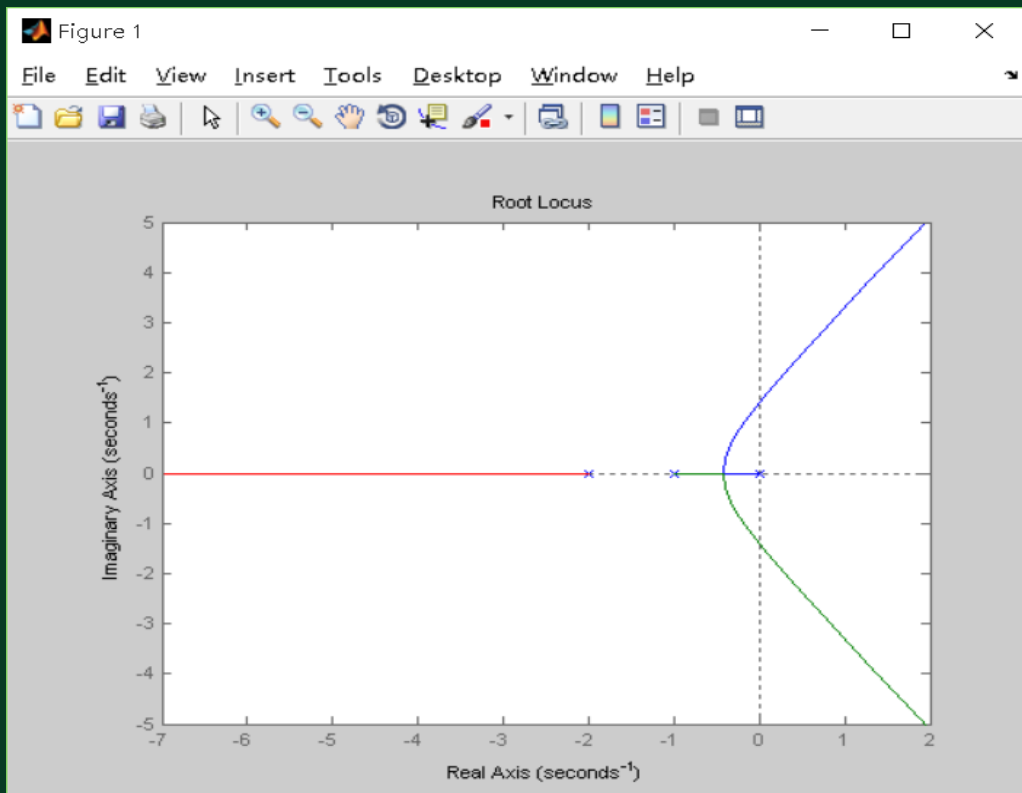
已知连续系统开环传递函数 $G_k(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$

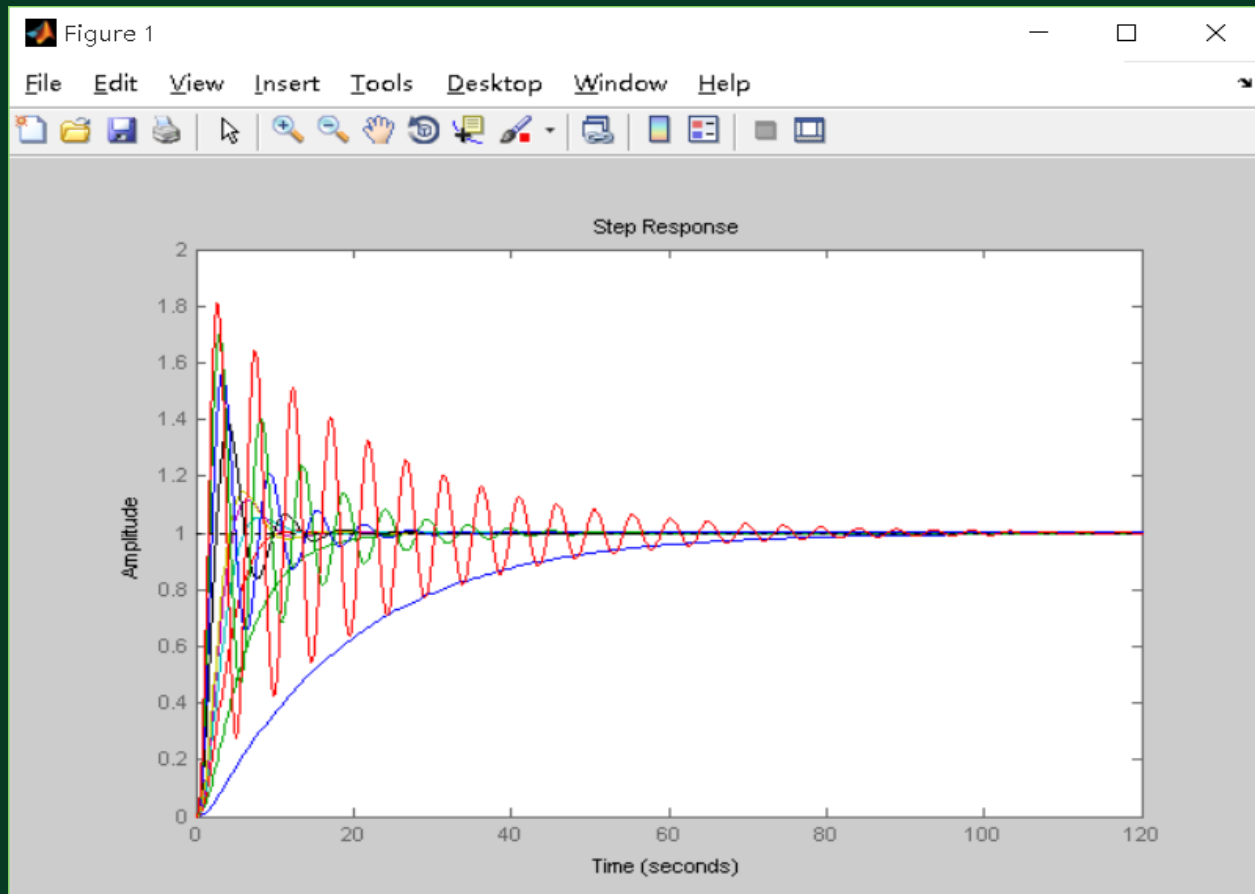
试绘制根轨迹图, 分析

$K=0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1, 2, \dots, 5$ 时系统阶跃响应。

$G=tf(1,[conv([1,1],[1,2]),0]); rlocus(G)$

在线开放课程





◆示例3: 绘制根轨迹并求特定点对应的增益

单位负反馈系统开环传递函数如下, 绘制根轨迹图并求其实轴上分离点、与虚轴的交点对应的增益。

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2.73)(s^2+2s+2)}$$

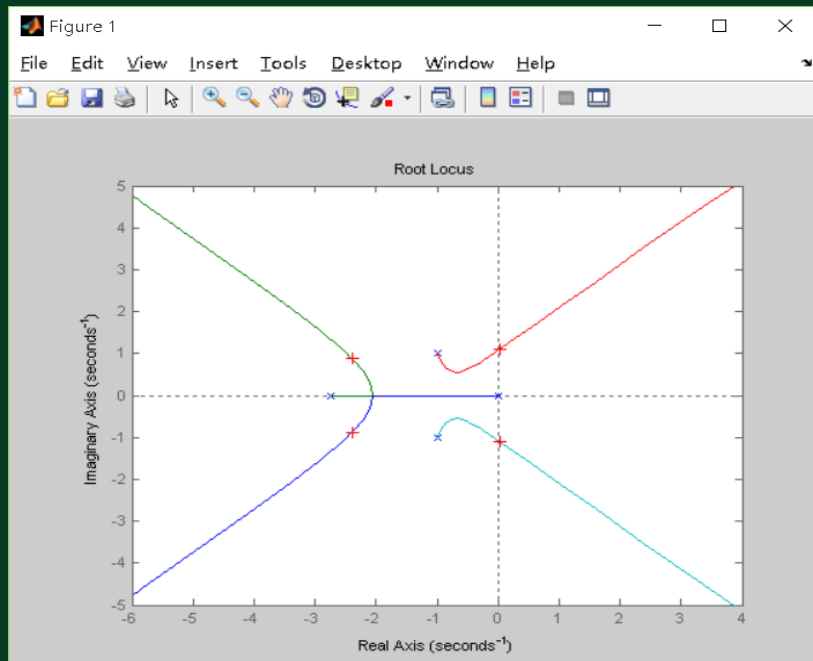
```
num=1
```

```
den=conv([1 0],conv([1 2.73], [1 2 2]))
```

```
rlocus(num,den)
```

```
[k,p]=rlocfind(num,den) %给出指定点所对应的增益和极点
```

[k,p]=rlocfind(num,den): 在指令窗中给出某点参数值



k =

7.9530

p =

-2.3942 + 0.8875i

-2.3942 - 0.8875i

0.0292 + 1.1041i

0.0292 - 1.1041i

◆ 示例4: 分析增加开环零点对根轨迹的影响

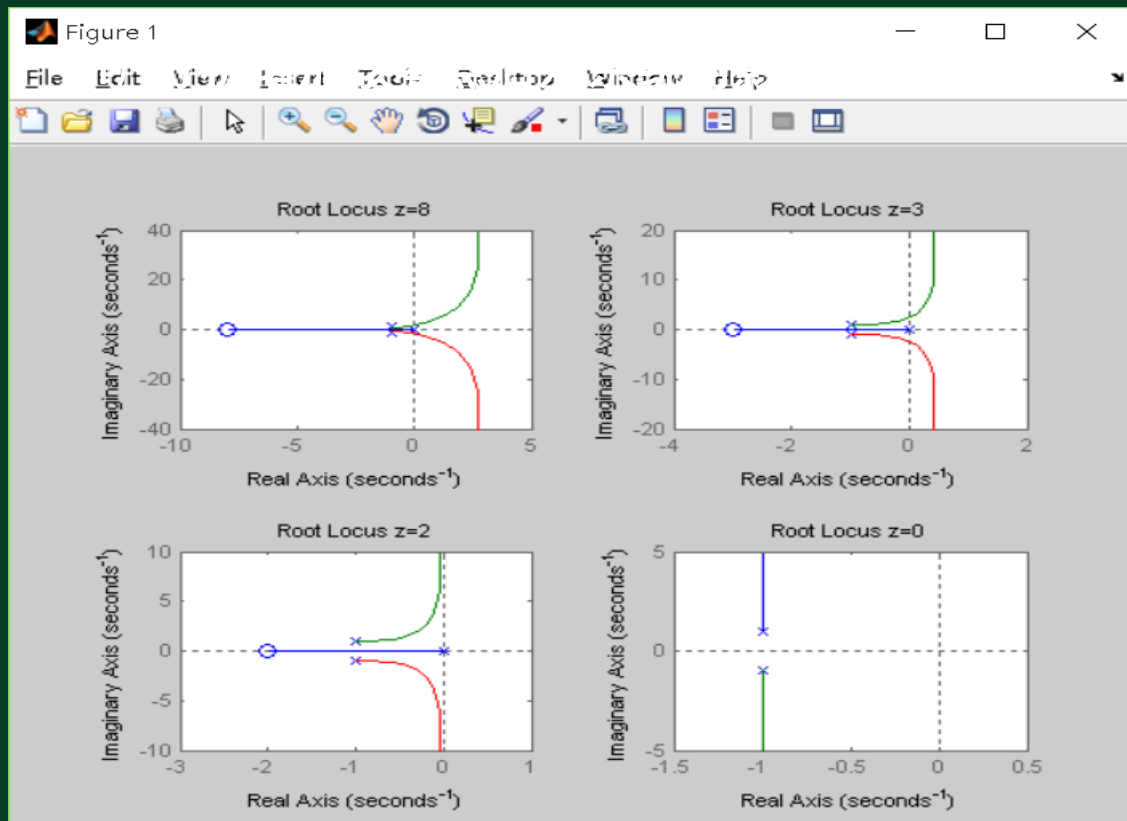
设二阶系统的开环传递函数如下，现增加开环零点 $s=-z$ 。

(1) 分析增加该零点对系统的影响($z=8;3;2;0$)。

(2) 分析增加该零点对系统脉冲响应的影响。

$$G(s) = \frac{K}{s(s^2 + 2s + 2)} \Rightarrow \frac{K(s+z)}{s(s^2 + 2s + 2)}$$

$$G(s) = \frac{K}{s(s^2 + 2s + 2)} \Rightarrow \frac{K(s+z)}{s(s^2 + 2s + 2)}$$

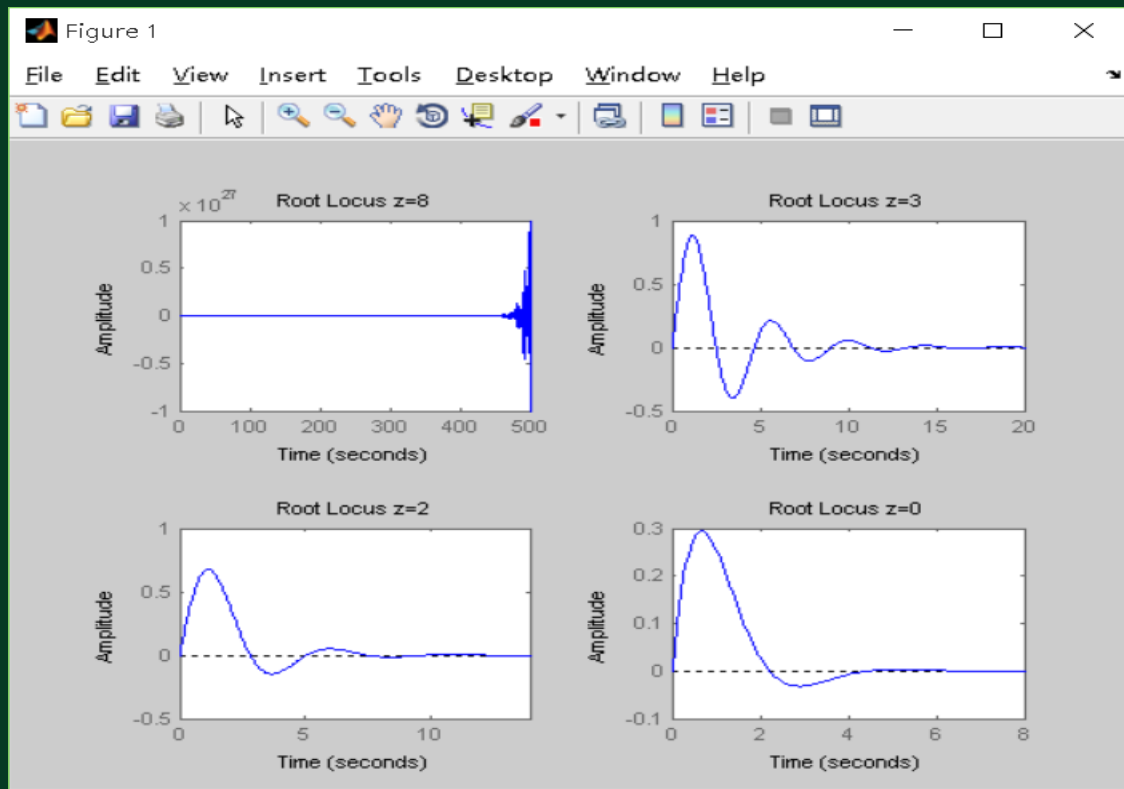


● 增加零点使根轨迹左移，渐近线夹角增大，系统的稳定性提高，性能变好。常使用增加零点的方式改善系统的暂态性能。

附加的零点越靠近坐标原点，作用越强。

(2) 分析增加该零点后对系统脉冲响应的影响。

在线开放课程

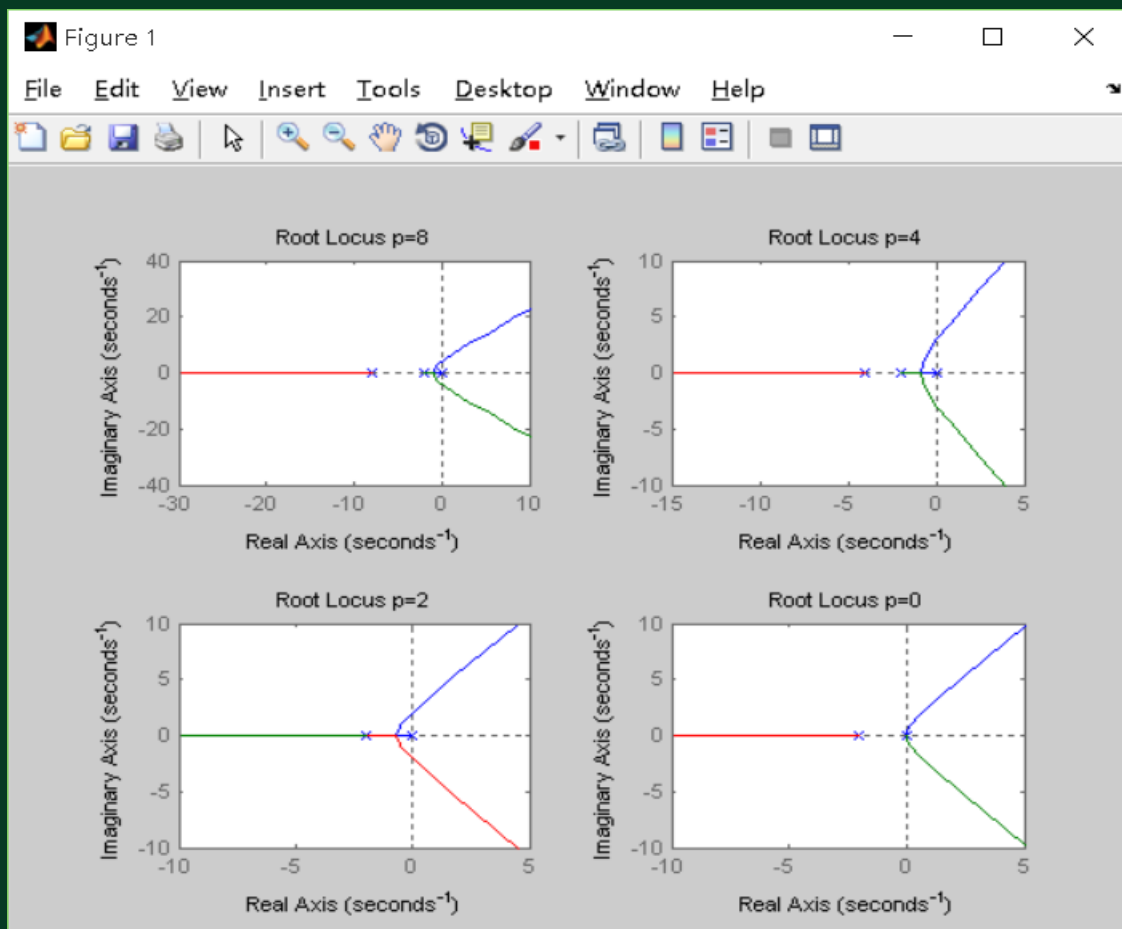


◆ 示例5: 分析增加开环极点对根轨迹的影响

设二阶系统的开环传递函数如下，现增加开环极点 $s=-p$ 。

分析增加该极点后对系统的影响($p=8;4;2;0$)。

$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)} \Rightarrow \frac{K}{s(s+2)(s+p)}$$



● 增加极点后系统阶次变高，根轨迹支数增加，渐近线夹角减小，系统稳定性变差，性能变坏。

附加极点越靠近坐标原点，作用也越强。

◆ 示例6: 分析同时增加开环零极点对根轨迹的影响

设二阶系统的开环传递函数如下，现同时增加开环零点 $s=-1$ ；开环极点 $s=-5;-2;-1;0$ 。分析增加零极点对系统的影响。

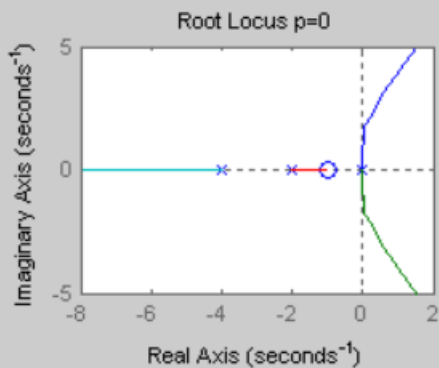
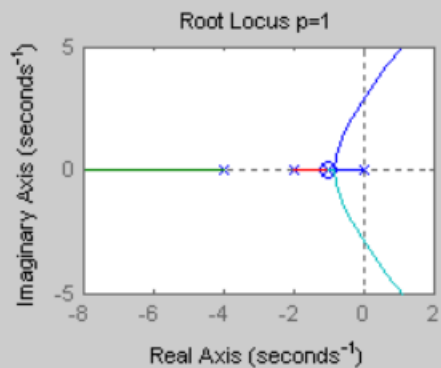
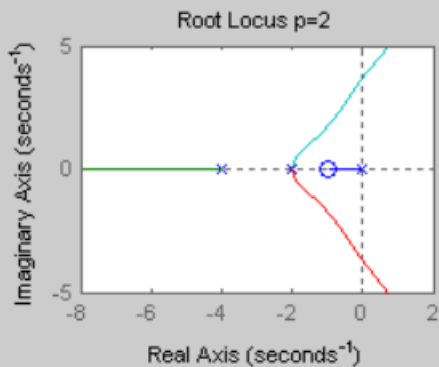
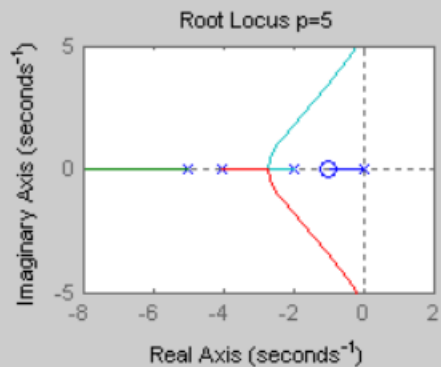
$$G(s) = \frac{K}{s(s+2)(s+4)} \Rightarrow \frac{K(s+z)}{s(s+2)(s+4)(s+p)}$$

Figure 1

File Edit View Insert Tools Desktop Window Help



在线开放课程



◆ 图形界面工具rltool

MATLAB还提供了系统根轨迹分析与设计的图形界面工具，利用它可很方便的绘制系统的根轨迹，并可以对系统进行校正。步骤为：

- 建立系统的数学模型sys
- 在命令窗口中输入：`rltool(sys)`
- 在工作空间或Mat-file中选择导入系统模型
- 点击选择分析选项，操作功能丰富的菜单
- 配置零极点，实现对系统的校正设计

小结

通过matlab绘制系统根轨迹可方便地完成以下任务：

- (1) 分析系统性能——当参数从零变化到无穷大时，可由根轨迹在S平面的分布情况，判断对应闭环系统稳定、临界稳定及不稳定对应参数的取值范围。
- (2) 确定系统参数——对于要求的系统性能，将其变换为期望的闭环极点位置，由根轨迹图可以确定出对应的参数取值。