



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

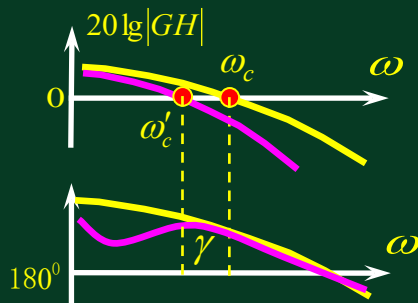
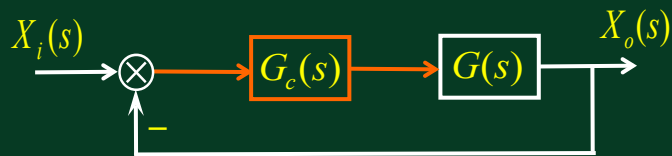
系统的性能指标与校正

相位滞后校正

主讲：刘希太

□ 相位滞后校正

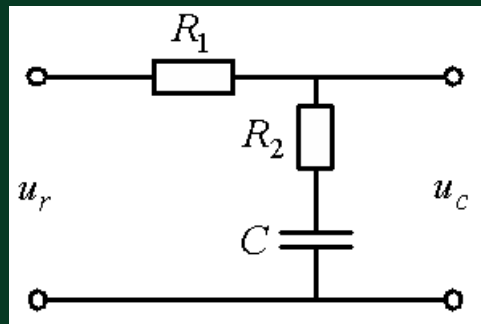
一、系统相位滞后校正概念



校正原理：利用滞后网络的高频衰减特性，使系统校正后截止频率下降，从而获得足够的相角裕度。滞后补偿网络的最大滞后角应避免出现在系统截止频率附近，即校正环节的相位滞后主要发生在低频段，对中频段的相频特性影响很小。

滞后校正牺牲了系统的响应快速性以改善其稳定性和振荡性；允许适当提高开环增益，以改善稳态精度。

1. 相位滞后校正原理及其频率特性



传递函数：
$$G_c(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_2Cs + 1}{\frac{R_1 + R_2}{R_2}R_2Cs + 1}$$

令 $R_2C = T, \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \beta (\beta > 1) \Rightarrow G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} (\beta > 1)$

频率特性 $G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\beta T\omega + 1}$ {

- 低频段不起校正作用
- 中频段相当于比例积分
- 高频段相当于比例环节

相频特性：
$$\varphi(\omega) = \tan^{-1}T\omega - \tan^{-1}\beta T\omega < 0$$

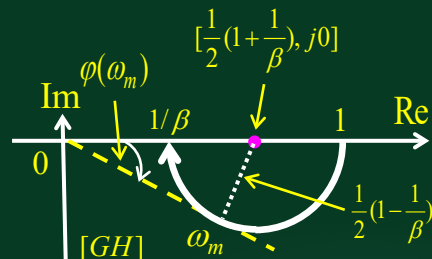
环节作用：积分环节先起作用且一直占主导地位，可提供正的相移。

幅频特性:
$$G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\beta T\omega + 1} = \frac{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}{\sqrt{\beta^2 T^2\omega^2 + 1}}$$

相频特性:
$$\varphi(\omega) = \tan^{-1} T\omega - \tan^{-1} \beta T\omega < 0$$

N氏图: 如右图所示的下半圆。

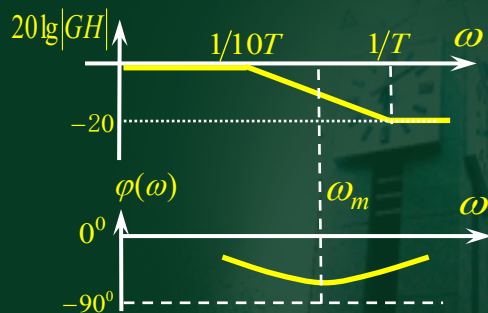
对相频特性取微分可得:
$$\varphi_m = -\sin^{-1} \frac{\beta - 1}{\beta + 1}, \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\beta T}}$$



校正环节N氏图

$\beta_{\max} = 20$, $T = 7 \sim 8s$, 常用取值: $\beta = 10$, $T = 3 \sim 5s$ 。

滞后校正装置主要利用其高频衰减特性, 产生最大滞后相角的频率应远离校正后系统的幅值穿越频率。相当于低通滤波器。 β 值愈大, 抑制高频噪声的能力愈强。常应用于恒温控制等高精度但对快速性要求不高的系统。



$\beta = 10$ 时的滞后校正环节Bode图

2. 采用Bode图进行相位滞后校正

设计依据：给定的稳态性能指标和频域性能指标。

示例：单位反馈系统开环传递函数：
$$G_K(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

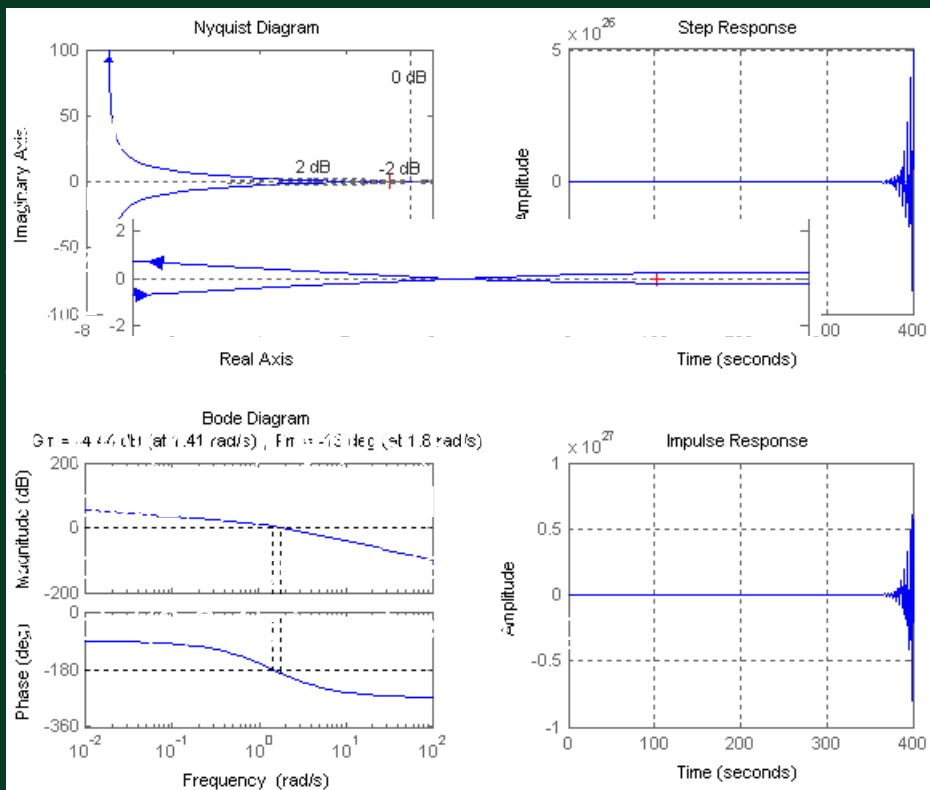
稳态指标：单位恒速输入时的稳态误差为 $0.2s$ ；

频域指标：相位裕度 $\geq 40^\circ$ ，幅值裕度 $\geq 10\text{dB}$ 。

解：(1)先由稳态误差确定开环增益：
$$K = \frac{1}{\varepsilon_{ss}} = \frac{1}{e_{ss}} = \frac{1}{0.2} s^{-1} = 5s^{-1}$$

(2) 性能指标分析：计算或由计算机仿真。

校正前传递函数：
$$G_K(s) = \frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)} = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$



(2) 性能指标分析:

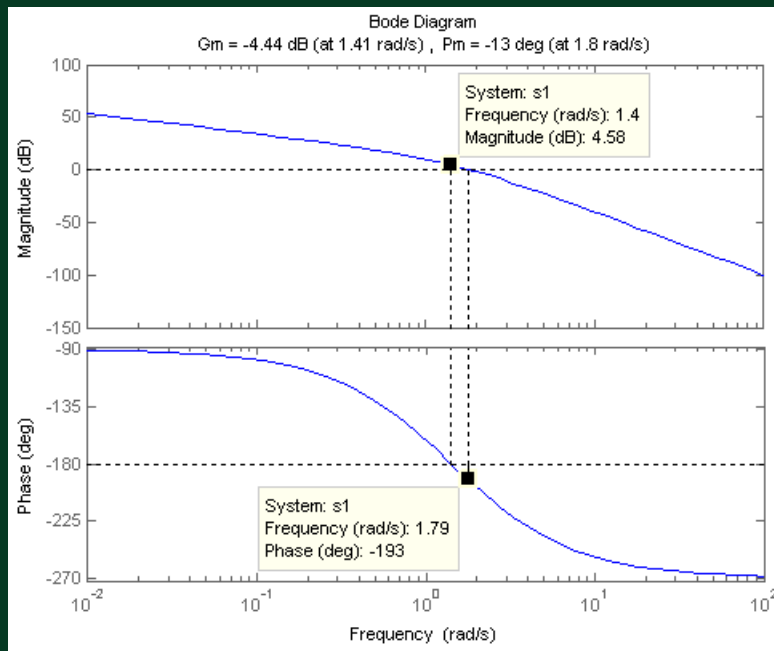
计算或由计算机仿真得校正前系统频率特性参数:

```
clear,s1=zpk([], [0, -1, -2], 10);margin(s1)
```

相位裕度: $Pm = -13^\circ$, $W_{cp} = 1.8$

幅值裕度: $Gm = -4.44\text{dB}$, $W_{cg} = 1.4$

系统不稳定, 因对快速性无特殊要求, 可进行相位滞后校正。



(3)选择并设计校正网络 $G_c(j\omega) = \frac{jT\omega+1}{j\beta T\omega+1}$

①、相位裕量确定（需补偿校正网络引起的相角滞后 $5^\circ \sim 12^\circ$ ）

$\gamma = 40^\circ + 12^\circ = 52^\circ$ （选择校正前相位裕量为 52° 处）

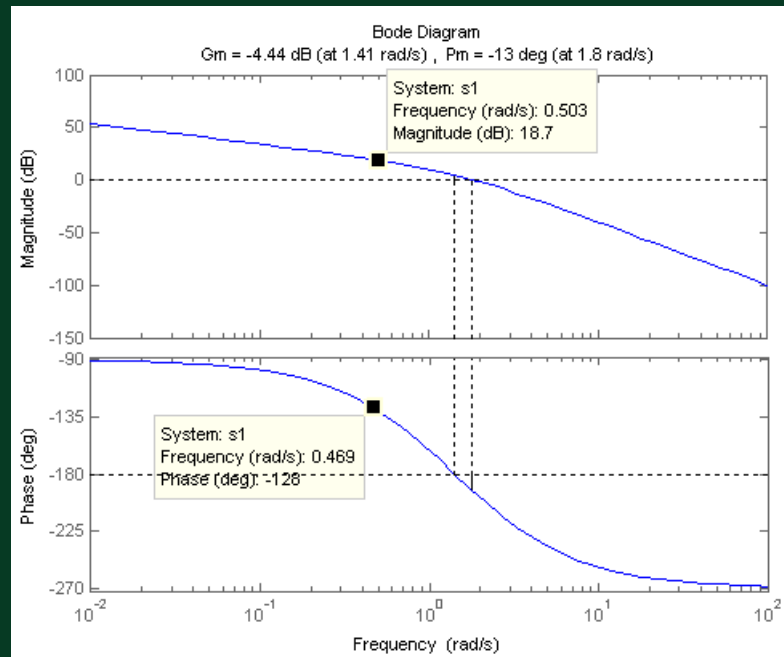
②、相位裕量为 52° 点在 $\omega=0.5$ 附近，校正后系统的剪切频率应选在此频率附近：

$\omega'_c = 0.5s^{-1}$ 此处原系统幅值：

$$20\log|G_K(j\omega_c)| =$$

$$= 20\log\left|\frac{5}{0.5\sqrt{0.5^2+1}\sqrt{0.5^4+1}}\right| \approx 20dB$$

此即校正环节引起的幅值向下偏移量。



③相位滞后校正环节参数的确定

校正环节零点转角频率应远低于校正后系统剪切频率。

$$\text{一般取: } \omega_T = \frac{1}{T} = \frac{1}{10} \omega'_c \sim \frac{1}{4} \omega'_c$$

$$\text{现选取: } \omega_T = \frac{1}{5} \omega'_c = \frac{0.5}{5} s^{-1} = 0.1 s^{-1} \Rightarrow T = \frac{1}{\omega_T} = 10s$$

$$\text{由 } 20 \lg \frac{\sqrt{1+(T\omega_c)^2}}{\sqrt{1+(\beta T\omega_c)^2}} = -20dB \Rightarrow -20 \lg \beta \approx -20dB \Rightarrow \beta = 10$$

$$\text{极点转角频率: } \omega_T = 1/\beta T = 0.01s^{-1} \Rightarrow G_c(j\omega) = \frac{j10\omega+1}{j100\omega+1} \Rightarrow G_c(s) = \frac{10s+1}{100s+1}$$

④ 相位滞后校正实现过程

$$G_k(s) = \frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)} = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

$$G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} = \frac{10s+1}{100s+1} = \frac{0.1(s+0.1)}{s+0.01}$$

$$G_{GC}(s) = \frac{5(10s+1)}{s(100s+1)(s+1)(0.5s+1)} = \frac{(s+0.1)}{s(s+1)(s+2)(s+0.01)}$$

matlab程序:

```
clear,
```

```
s1=zpk([], [0, -1, -2], 10);
```

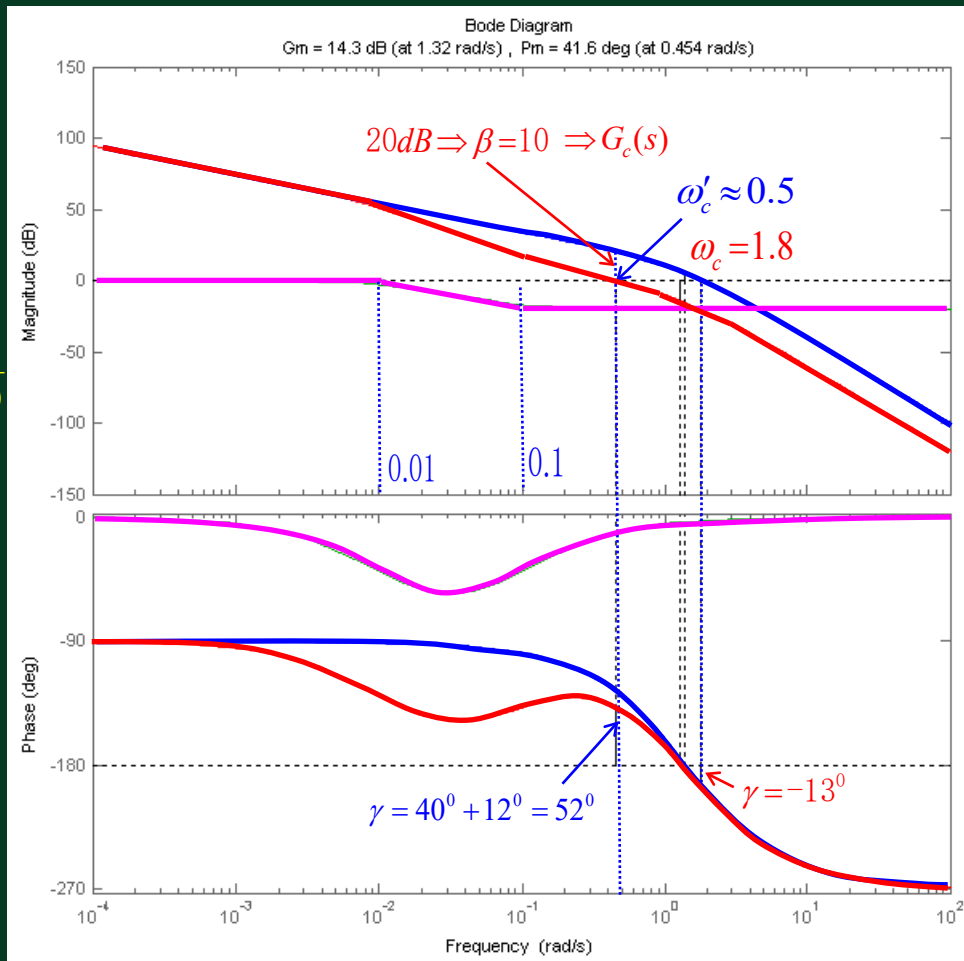
```
s2=zpk(-0.1, [-0.01, 0.1]);
```

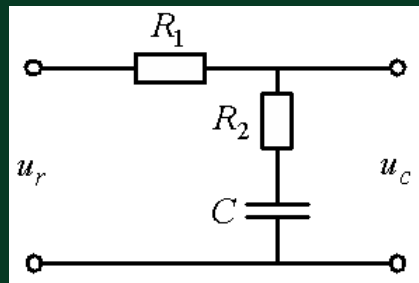
```
s3=zpk(-0.1, [0, -1, -2, -0.01], 1);
```

```
margin(s1); hold on
```

```
margin(s2); hold on
```

```
margin(s3)
```





⑤确定滞后校正装置的参数

$$G_c(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}} = \frac{R_2Cs + 1}{\frac{R_1 + R_2}{R_2}R_2Cs + 1}$$

$$R_2C = T, \quad \frac{R_1 + R_2}{R_2} = \beta \quad (\beta > 1)$$

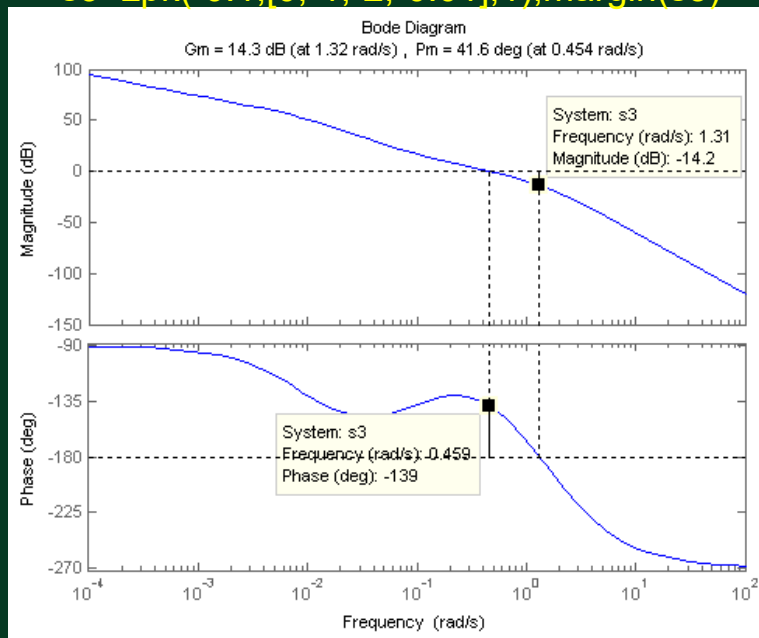
$$C = 1\mu F$$

$$R_2 = \frac{T}{C_2} = \frac{10}{1 \times 10^{-6}} = 100(k\Omega)$$

$$R_1 = 900(k\Omega)$$

校正后系统满足要求。

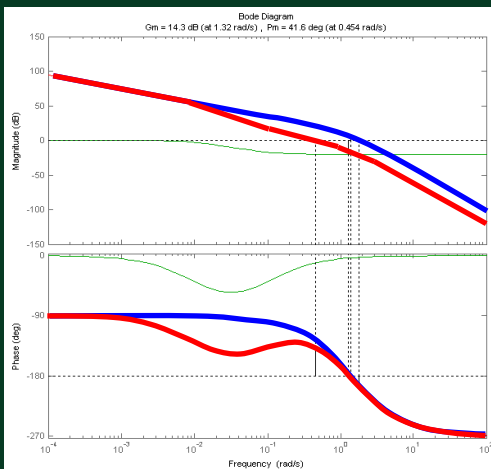
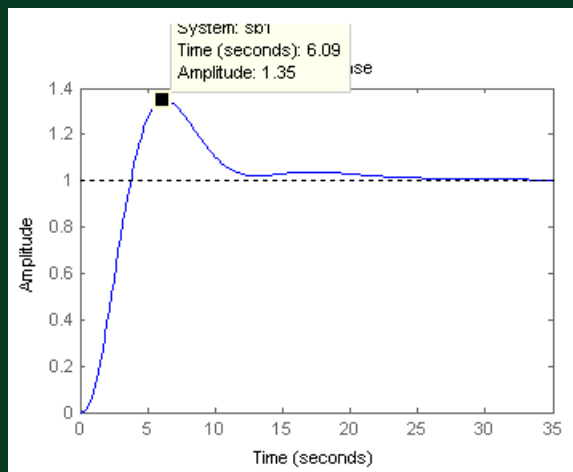
```
s3=zpk(-0.1,[0,-1,-2,-0.01],1);margin(s3)
```



(4) 滞后校正后系统阶跃响应

系统带宽减小, 响应变慢, 抗干扰能力增加。

在线开放课程



小结

◆ 超前补偿与滞后补偿两种方法的比较：

1、超前校正是利用了超前网络的相角超前特性；滞后校正是利用了滞后网络的高频幅值衰减特性；

2、为了满足严格的稳态性能要求，在采用无源校正网络时，超前校正要求一定的附加增益，而滞后校正一般不需要附加增益；

3、对于同一系统，采用超前校正系统的带宽大于采用滞后校正时的带宽。输入端电平噪声较高时一般不宜选用超前网络补偿。