



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

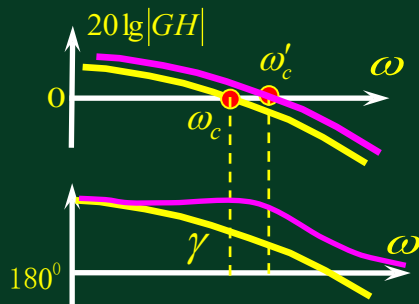
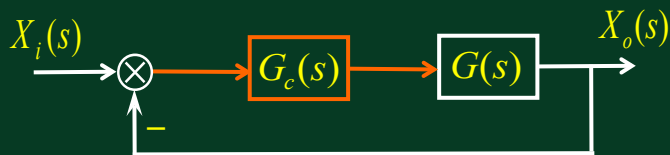
系统的性能指标与校正

相位超前校正

主讲：刘希太

□ 相位超前校正

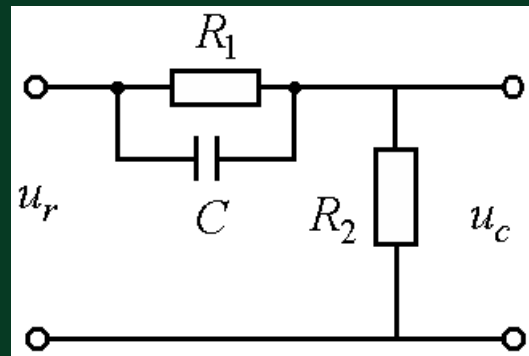
一、系统相位超前校正概念



常用于系统稳态特性已经满足，响应速度较快，但动态指标如相角裕量过小，超调量过大，调节时间过长的情况。若系统欲通过增加开环增益来提高稳态误差和加快响应速度，为避免由此造成稳定裕度减小甚至不稳定出现，需要在剪切频率附近或更高的频率范围内使相位提前一些。

1、相位超前校正原理及其频率特性

$$\text{传递函数: } G_c(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \frac{1}{Cs}}{R_1 + \frac{1}{Cs}}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 Cs + 1}$$



$$\text{令 } R_1 C = T, \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha (\alpha < 1) \Rightarrow G_c(s) = \alpha \cdot \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} (\alpha < 1)$$

$$\text{幅频特性: } G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1}$$

低频段相当于比例环节
中频段相当于比例微分
高频段不起校正作用

$$\text{相频特性: } \varphi(\omega) = \tan^{-1} T\omega - \tan^{-1} \alpha T\omega > 0$$

特点: 微分环节先起作用且一直占主导地位, 故可提供正的相移。

幅频特性: $G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1} = \alpha \frac{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}{\sqrt{\alpha^2 T^2\omega^2 + 1}}$

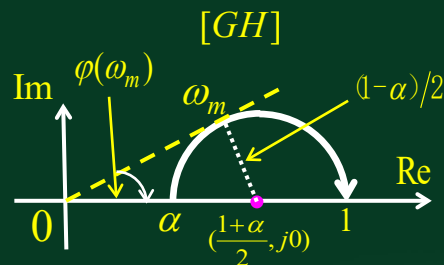
相频特性: $\varphi(\omega) = \tan^{-1} T\omega - \tan^{-1} \alpha T\omega > 0$

N氏图: 半径 $(1-\alpha)/2$, 圆心 $[(1+\alpha)/2, j0]$ 的半圆。

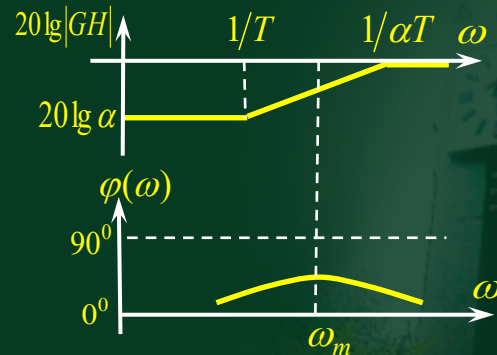
$$\sin \varphi_m = \frac{(1-\alpha)/2}{(1+\alpha)/2} = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \Rightarrow \varphi_m = \sin^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

给系统中频段增加了理论上不超过 90° , 实际上一般不超过 65° 的相角。

α 增大时最大相位超前量减小。相当于高通滤波器。当 $\alpha=0.1$ 时, 两转折频率间频率增大10倍, 幅值正好增大20dB。



校正环节N氏图



校正环节Bode图

2.采用Bode图进行相位超前校正

设计依据：给定稳态性能指标和频域性能指标。

示例：已知单位反馈系统开环传递函数： $G_K(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$

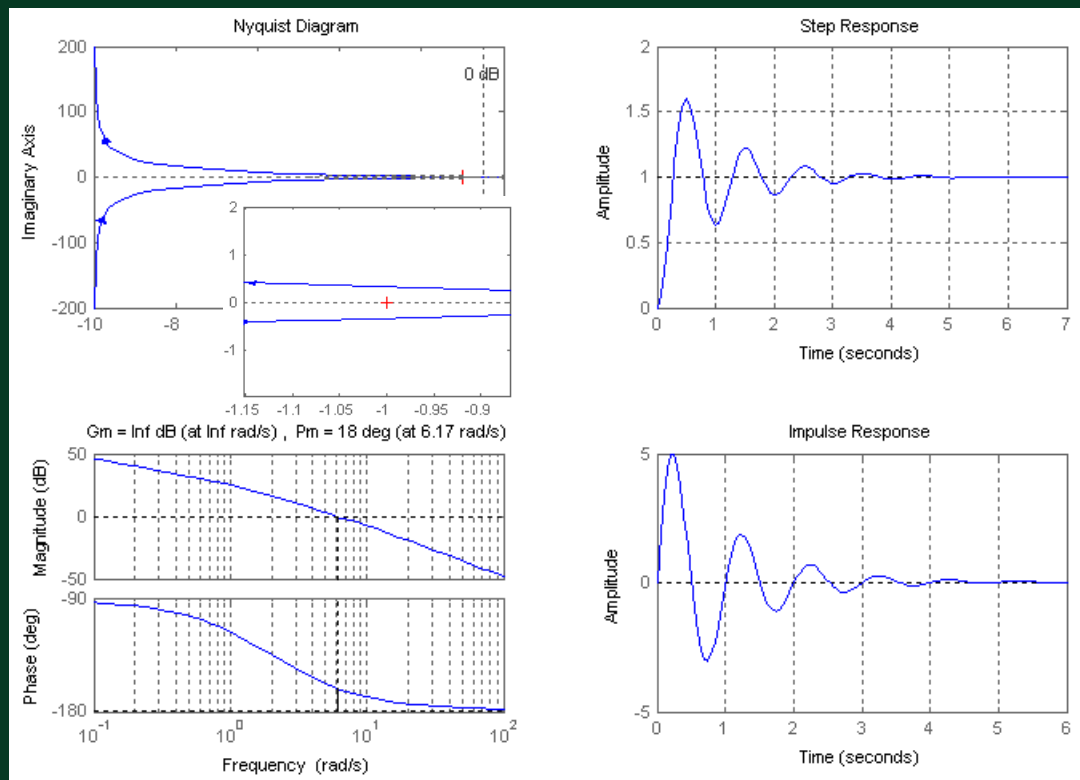
稳态指标：单位恒速输入时的稳态误差为0.05；

频域指标：相位裕度 $\geq 50^\circ$ ，幅值裕度 $\geq 10\text{dB}$ 。

解：(1)先由稳态误差确定开环增益： $K = \frac{1}{\varepsilon_{ss}} = \frac{1}{e_{ss}} = \frac{1}{0.05} \text{s}^{-1} = 20 \text{s}^{-1}$

(2) 性能指标分析：计算或由计算机仿真。

校正前传递函数：
$$G_k(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} = \frac{40}{s(s+2)}$$



(2) 性能指标分析:

计算或由计算机仿真得校正前系统频率特性参数:

相位裕度: $P_m = 17.9642$, $\omega_{cp} = 6.1685$

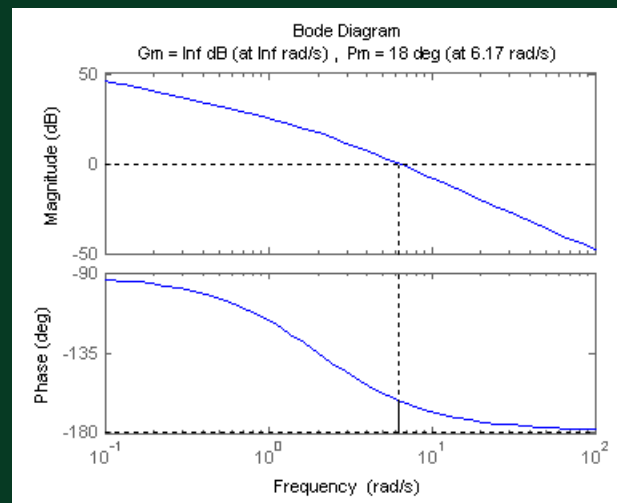
幅值裕度: $G_m > 10\text{dB}$

系统稳定但相位裕度不满足要求, 适合进行相位超前校正。

(3) 选择并设计校正网络 $G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1}$

因校正环节对系统与开环增益无关, 可假定增益为1, 以确定参数 α 、 T 。

$$G'_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1}$$



① 相位超前量确定：补偿由于 ω_c 增加造成的相位滞后

$$\varphi_m = 50^\circ - 17^\circ + 5^\circ = 38^\circ$$

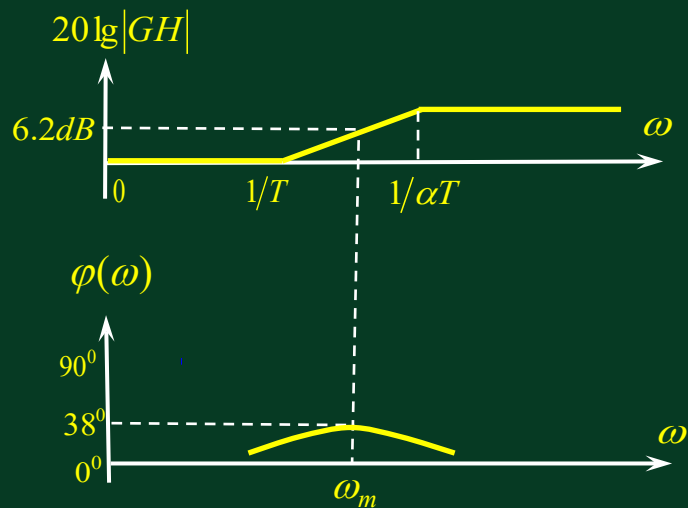
$$\sin \varphi_m = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} \Rightarrow \alpha \approx 0.24$$

② 使校正环节最大相位处频率正好为校正后的剪切频率

$$G'_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1} \text{ 对相频特性求导求得: } \omega_m = 1/\sqrt{\alpha}T$$

$$\text{对应幅值: } 20\lg \left| \frac{\sqrt{1+(T\omega_m)^2}}{\sqrt{1+(\alpha T\omega_m)^2}} \right| = -20\lg \sqrt{\alpha} = -10\lg \alpha = 6.2\text{dB}$$

此即校正环节引起的幅值向上偏移量。



校正环节Bode图

③校正后系统参数的确定

$$20\log|G_K(j\omega)| = 20\log\left|\frac{20}{\omega\sqrt{0.5^2\omega^2+1}}\right| = -6.2\text{dB} \Rightarrow \omega'_c \approx 9\text{s}^{-1}$$

$$\omega'_c = \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}} = 9\text{s}^{-1} \Rightarrow T = 0.23\text{s}, \alpha T = 0.055\text{s}$$

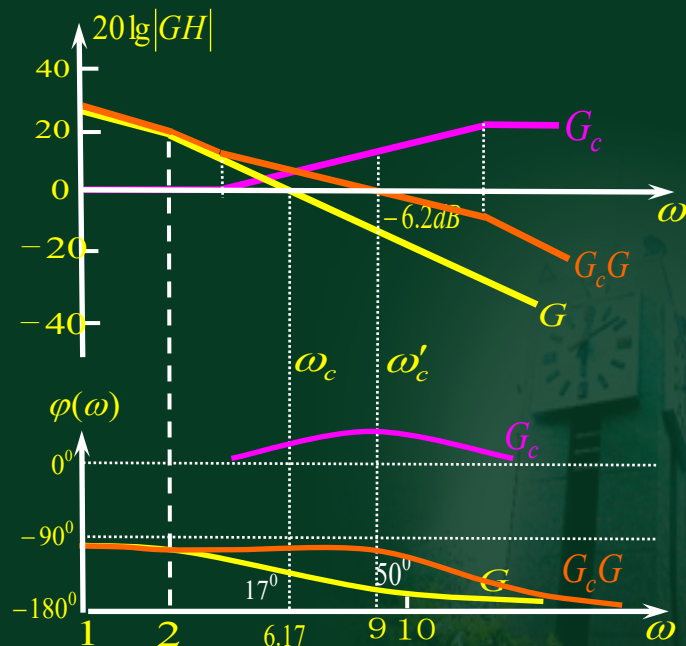
$$G'_c(j\omega) = \frac{jT\omega+1}{j\alpha T\omega+1} = \frac{j0.23\omega+1}{j0.055\omega+1}$$

$$G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega+1}{j\alpha T\omega+1} = 0.24 \frac{j0.23\omega+1}{j0.055\omega+1}$$

乘以1/0.24以消除校正环节引起的幅值衰减，
得校正后系统开环传递函数：

$$G'_K(s) = K_1 G_K(s) G'_c(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} \cdot \frac{0.23s+1}{0.055s+1}$$

$$G_K(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)}$$



校正后: $G'_K(s) = K_1 G_K(s) G'_c(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} \cdot \frac{0.23s+1}{0.055s+1}$

$$G'_k(s) = \frac{1840}{11} \frac{s + \frac{1}{0.23}}{s(s+2)(s + \frac{1}{0.055})}$$

num=20* [0.23,1];

相位裕度: Pm=50.4719, 1)

s=tf(num,den);

幅值裕度: Gm>10dB

figure(1)

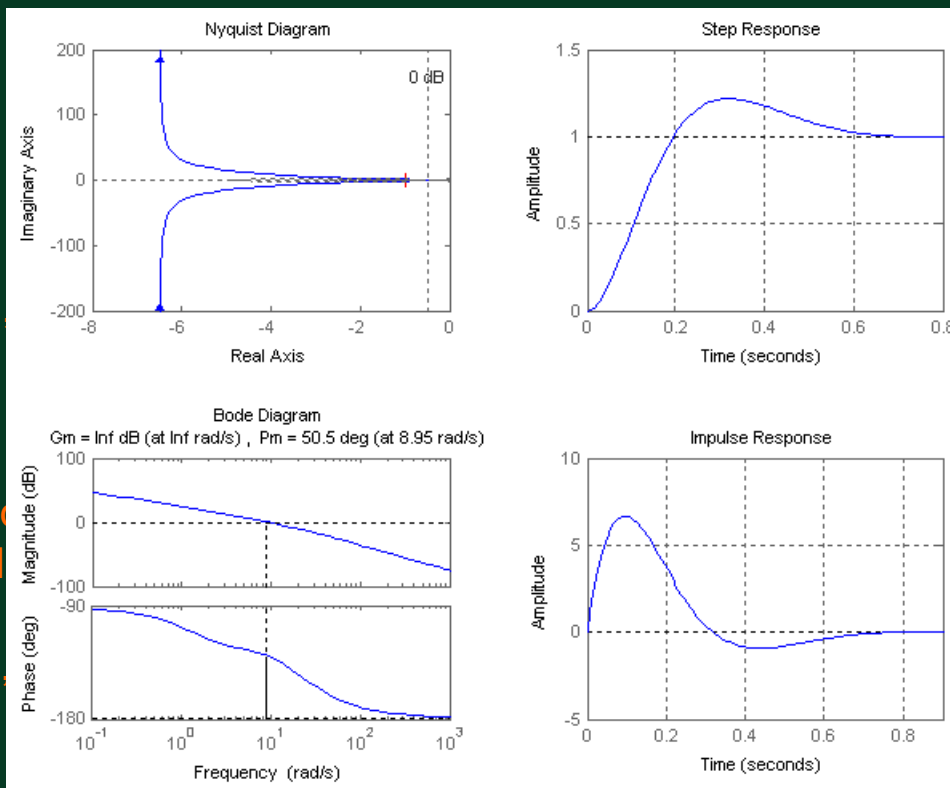
剪切频率: Wcp=8.9542

subplot(2,2,2); step(s1),grid

相位稳定裕度加大。

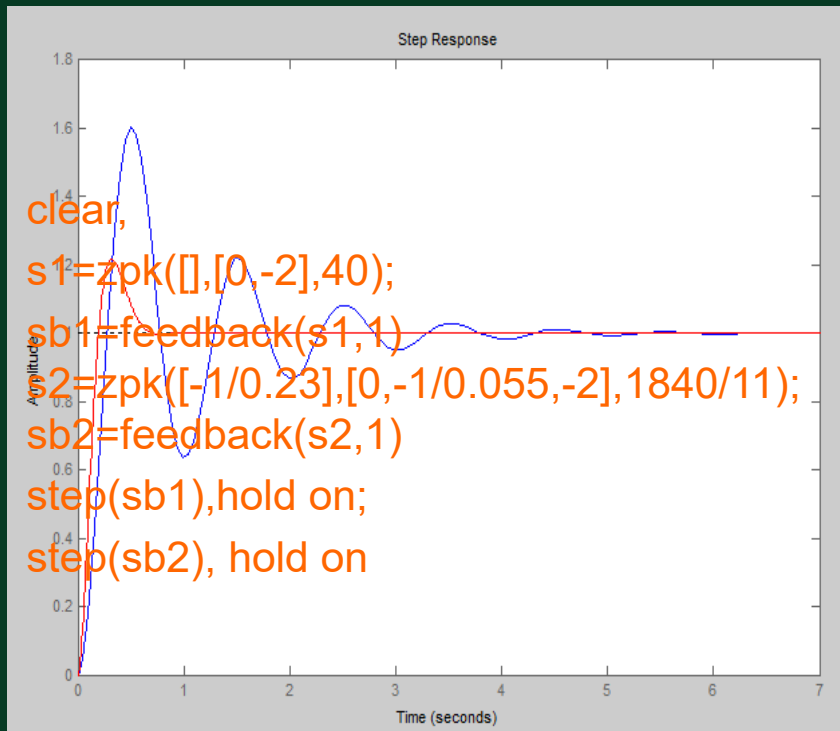
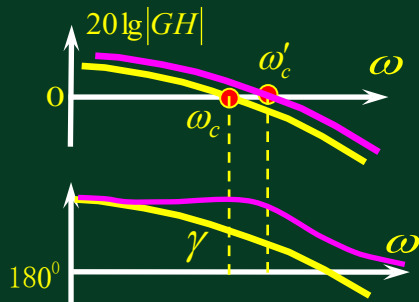
subplot(2,2,3); margin(s)

subplot(2,2,4); impulse (s1);



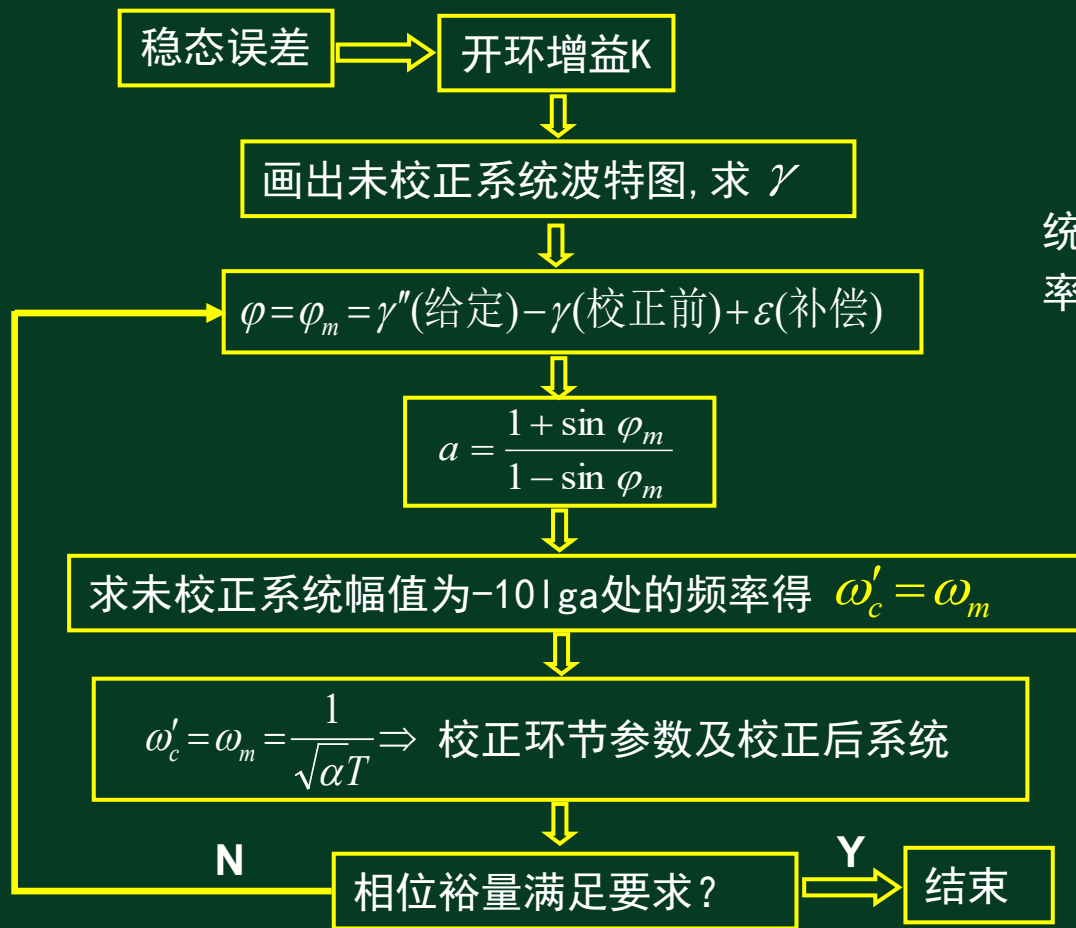
11);

◆ 相位超前校正对系统单位阶跃响应的影响：



串联相位超前校正特点：增大了相位裕度，加大了带宽，提高了响应速度，改善了动态过程的振荡性，但系统的增益和型次不变，稳态精度提高较少；抗高频干扰的能力降低。

校正过程小结:



补偿值大小由未校正系统的开环幅频特性在截止频率处的斜率确定:

-40dB/dec	$\varepsilon = 5^\circ \sim 10^\circ$
-60dB/dec	$\varepsilon = 15^\circ \sim 20^\circ$