



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的稳定性

# 系统的相对稳定性分析示例

主讲：刘希太

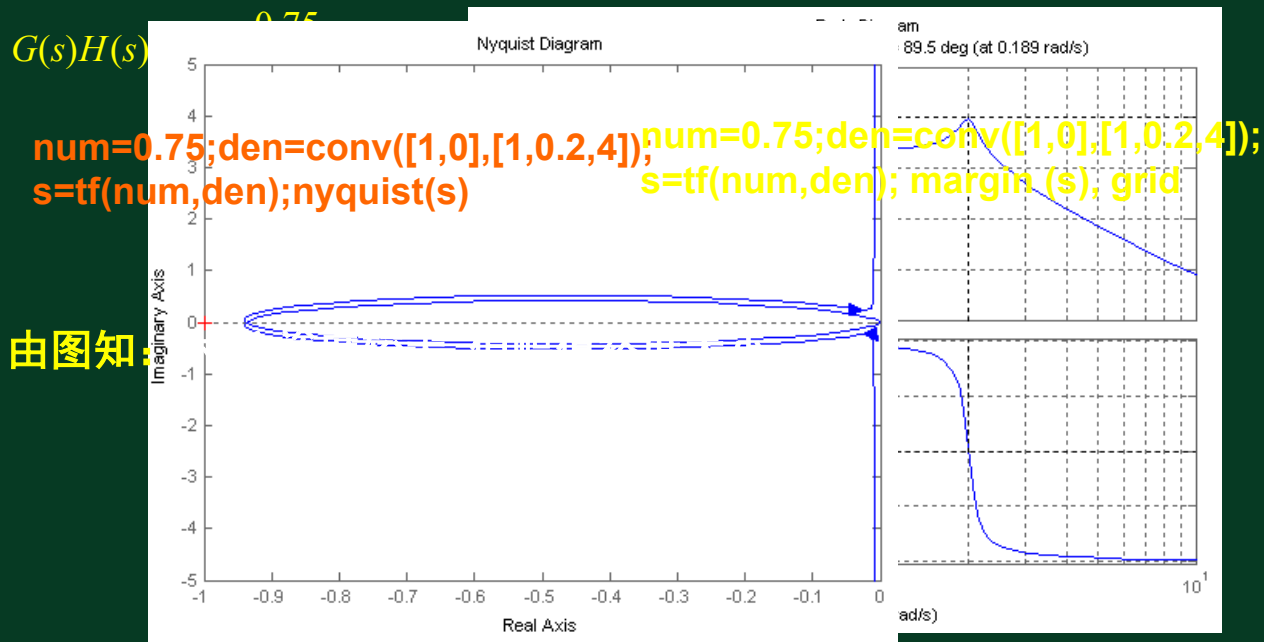
## 系统的相对稳定性分析

- 考查系统相对稳定性时应同时考虑相位稳定裕度和幅值裕度两个指标，只应用其中一个指标时，不足以说明系统的相对稳定性。

## □ 系统的相对稳定性分析示例

例1 系统开环传递函数  $G_K(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)}$ ，分析阻尼比很小时该闭环系统的相对稳定性。

解：系统开环稳定。现分别取**阻尼比**和**无阻尼固有频率**为0.05和2，绘制其N氏图与波特图：



例2 系统开环传递函数  $G_k(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+5)}$ ，分别求取K为10和100时的稳定裕度。[在线开放课程](#)

解：系统开环稳定，现概略绘制K=10时的系统波特图。  $G(s)H(s) = \frac{2}{s(s+1)(0.2s+1)}$

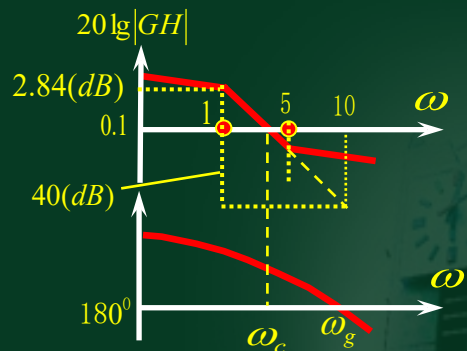
由图知， $\omega_c$  在斜率为-40dB/dec的中频段。在  $\omega=1$  处幅值：

$$20 \lg |G(j\omega)H(j\omega)| = 20 \lg \frac{2}{1 \times \sqrt{2} \times \sqrt{1.04}} = 2.84 \text{dB}$$

由三角形相似可计算  $\omega_c$ ：

$$\frac{\lg \omega_c - \lg 1}{\lg 10 - \lg 1} = \frac{2.84}{40} \Rightarrow \omega_c = 1.178 \text{s}^{-1}$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1} 1.178 - \tan^{-1} 0.2 \times 1.178 = 27^\circ$$



注：计算中使用了渐近线，但没有取渐近线上  $\omega=1$  的处的值  $20 \lg K = 6.02 \text{dB}$ ，而取实际值。

$$G(s)H(s) = \frac{2}{s(s+1)(0.2s+1)} \quad \gamma = 27^\circ$$

现求幅值裕度对应的  $\omega_g$  :

$$\varphi(\omega_g) = -180^\circ \Rightarrow -90^\circ - \tan^{-1} \omega_g - \tan^{-1} 0.2\omega_g = -180^\circ$$

$$\tan^{-1} \omega_g + \tan^{-1} 0.2\omega_g = 90^\circ$$

$$\text{令} \begin{cases} \tan^{-1} \omega_g = a \\ \tan^{-1} 0.2\omega_g = b \end{cases} \quad c \tan(a+b) = \frac{\cos(a+b)}{\sin(a+b)} = \frac{\cos a \cos b - \sin a \sin b}{\sin a \cos b + \cos a \sin b} = 0$$

分子分母同除以  $\cos a \cos b$  得:  $\frac{1 - \tan a \tan b}{\tan a + \tan b} = 0 \Rightarrow 1 - 0.2\omega_g^2 = 0 \Rightarrow \omega_g = \sqrt{5} s^{-1} \Rightarrow K_g(dB) = 9.5dB$

结论:  $K=10$ 时, 系统稳定, 幅值裕度较大但相位裕度小于 $30^\circ$ , 不满足要求。

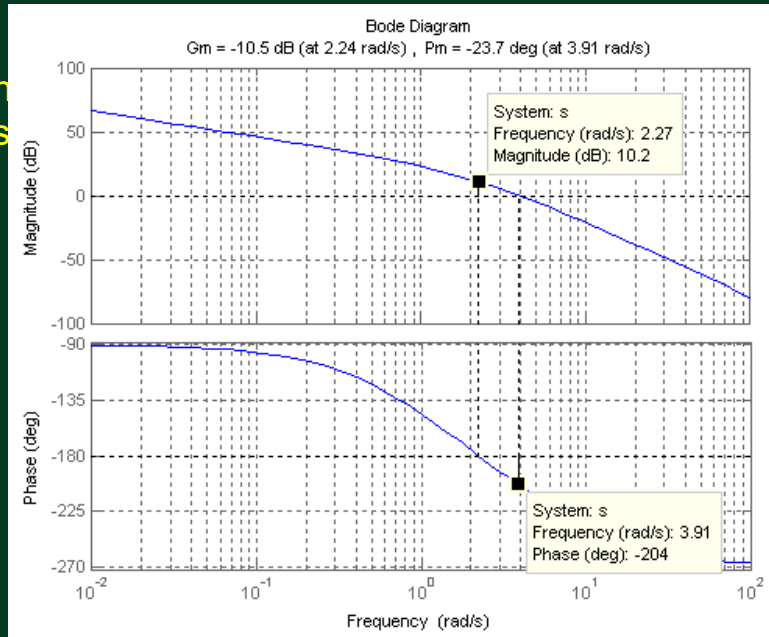
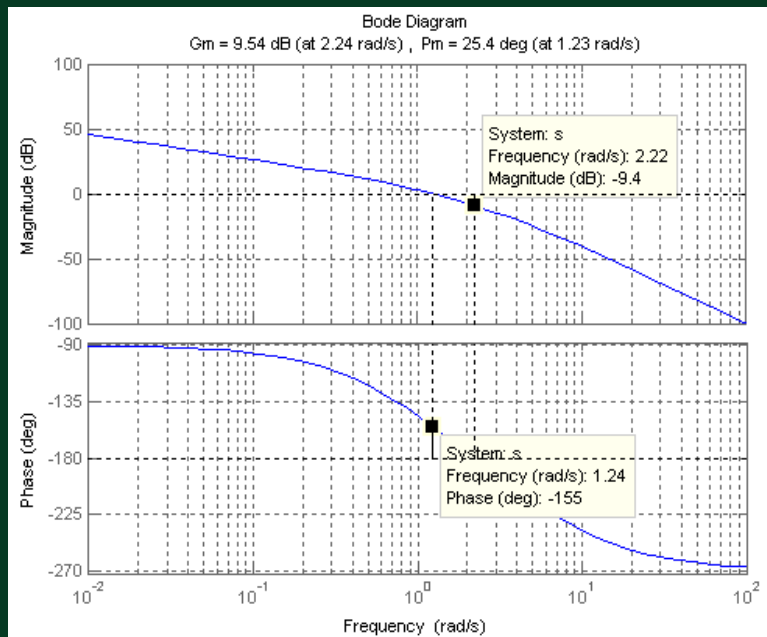
同法可得:  $K=100$ 时,  $K_g(dB) = -10.5dB$ ,  $\gamma = -22.5^\circ$ , 闭环系统不稳定。

对本题的求解结果可用matlab验证如下： $G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+5)}$

在线开放课程

$$K = 10 \quad G(s)H(s) = \frac{2}{s(s+1)(0.2s+1)}$$

$$K = 100 \quad G(s)H(s) = \frac{20}{s(s+1)(0.2s+1)}$$



55

## □ 工程实践中的稳定性分析

系统的稳定性体现了由阻尼决定的系统自由响应中振荡的收敛与发散问题。系统特征根具有正实部还是负实部取决于机械系统的质量、刚度、阻尼，电气系统的电阻、电感、电容，流体系统的流感、流容、流阻或其它有关参数。

阻尼为正时特征根具有负实部，表明系统因该环节而消耗能量，导致系统的自由振荡衰减而收敛，系统稳定；如阻尼为负，特征根具有正实部，表明系统因该环节从外界不断吸收能量，经反馈后导致系统的自由振荡加强而发散，系统失稳。

## 系统稳定性分析小结

系统稳定性判定方法包括代数法和几何法。

实际应用中不但要判断系统稳定性，还要判断稳定性程度。根据系统设计的要求，可将不稳定系统校正为稳定系统，将系统虽然稳定但稳定裕度不满足要求的系统校正到满足要求。