



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的稳定性

**Nyquist**稳定性判据应用综合示例

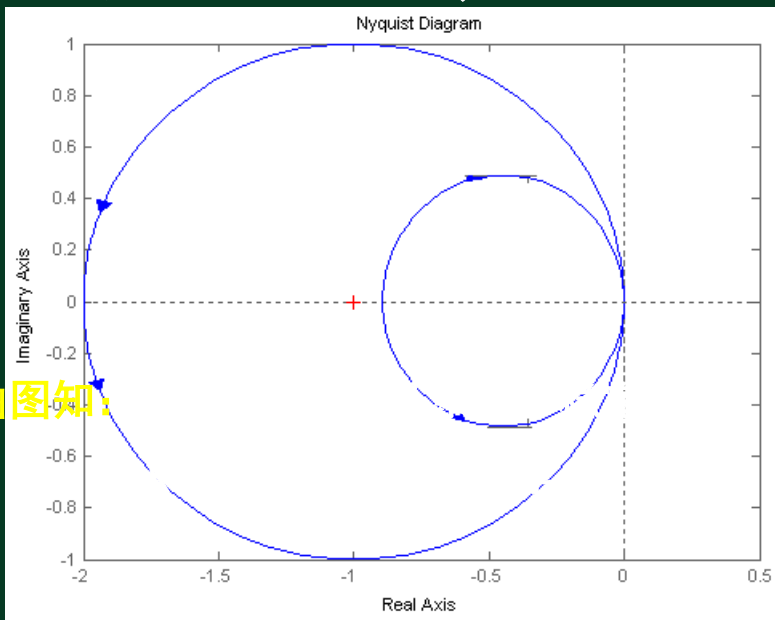
主讲：刘希太

## Nyquist稳定性判据应用综合示例

例1 已知系统开环传递函数： $G(s) = \frac{K}{s-1}$

试应用奈氏判据判别K=0.5和K=2时的闭环系统稳定性。

解：系统开环不稳定且P=1，matlab程序：



由图知：

例2 知非最小相位系统开环传递函数, 确定闭环系统稳定的K值范围。

不稳定时求出闭环右极点数。  $G(s)H(s) = \frac{K(s-1)}{(s-2)(s-4)}$

在线开放课程

解法一: 代数判据。特征方程:

$$D(s) = s^2 + (K-6)s + 8 - K = 0$$

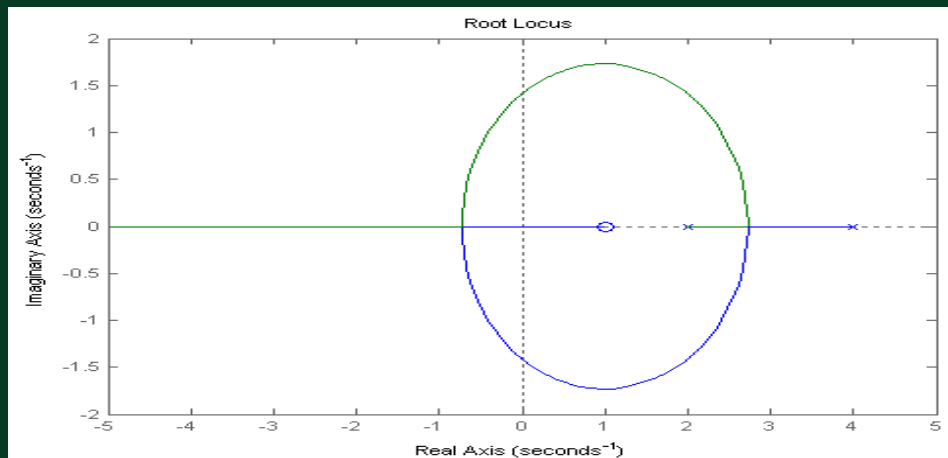
稳定条件:  $6 < K < 8$

解法二: 根轨迹法。K从零增大到无穷时, 两条根轨迹如右图示。

`locus([1,-1],[1,-6,8])`

取开环实频特性等于零可得虚轴

交点对应K值, 结论同上。



例3 解法三：利用Nyquist稳定判据。  $G(s)H(s) = \frac{K(s-1)}{(s-2)(s-4)}$

解：系统开环不稳定且P=2，频率特性：  $A(\omega) = \frac{K\sqrt{\omega^2+1}}{\sqrt{\omega^2+4}\sqrt{\omega^2+16}}$

$$\varphi(\omega) = (180^\circ - \tan^{-1}\omega) - (180^\circ - \tan^{-1}\frac{\omega}{2}) - (180^\circ - \tan^{-1}\frac{\omega}{4})$$

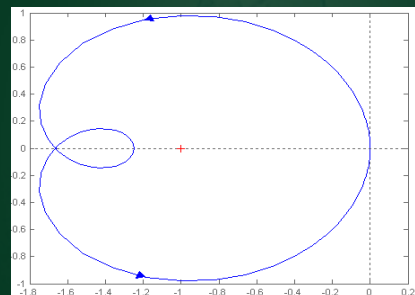
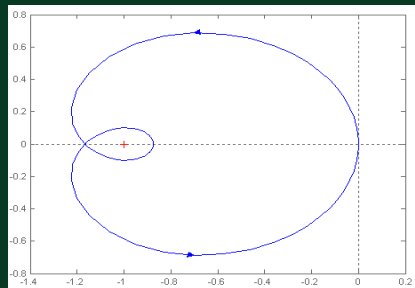
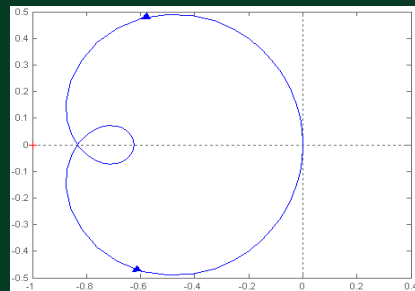
当  $\omega=0$  时,  $A(\omega) = \frac{K}{8}$ ,  $\varphi(\omega) = -180^\circ$   
 当  $\omega=\infty$  时,  $A(\omega) = 0$ ,  $\varphi(\omega) = -90^\circ$

令  $v(\omega) = \frac{K\omega(2-\omega^2)}{(\omega^2+4)(\omega^2+16)} = 0$  得:  $\omega = 0, \sqrt{2}$

对应  $u(\omega) = \frac{-K(8+5\omega^2)}{(\omega^2+4)(\omega^2+16)} = -\frac{K}{8}, -\frac{K}{6}$

`s=zpk(1,[2,4],K);`  
`nyquist(s)`

右图K分别取5, 7, 10



结论： $K < 6$  时，不包围，不稳定； $6 < K < 8$  时，逆时针包2圈，稳定； $K > 8$  时，逆时针包1圈，不稳定。

例4 知非最小相位系统开环传递函数, 确定闭环系统稳定的K值范围。

在线开放课程

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{s(s-1)}$$

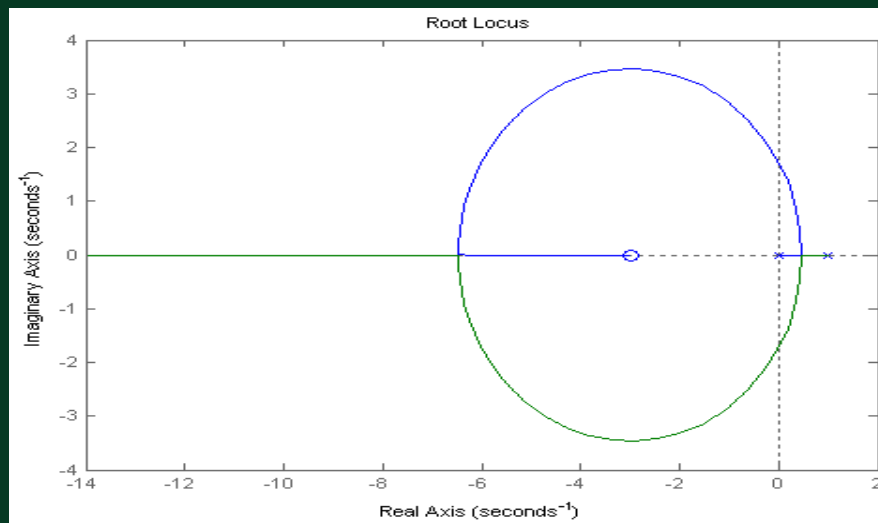
解法一: 代数判据。特征方程:

$$D(s) = s^2 + (K-1)s + 3K = 0$$

稳定条件:  $K > 1$

解法二: 根轨迹法。K从零增大到无穷时, 两条根轨迹如右图示。

rootlocus([1,3],[1,-1,0])



取开环实频特性等于零可得虚轴交点对应K值, 结论同上。

例4 解法三: **Nyquist判据**。  $G(s)H(s) = \frac{K(s+3)}{s(s-1)} = \frac{3K(\frac{1}{3}s+1)}{s(s-1)}$

解: 系统**开环不稳定**且 $P=1$ , 频率特性:  $A(\omega) = \frac{K\sqrt{\omega^2+9}}{\omega\sqrt{\omega^2+1}}$

$$\varphi(\omega) = -90^\circ + \tan^{-1} \frac{\omega}{3} - (180^\circ - \tan^{-1} \omega)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega=0 \text{ 时, } A(\omega)=\infty, \varphi(\omega)=-270^\circ \\ \omega=\infty \text{ 时, } A(\omega)=0, \varphi(\omega)=-90^\circ \end{array} \right.$$

$$G(s)H(s) = \frac{-4K}{\omega^2+1} - j \frac{K(\omega^2-3)}{\omega^3+\omega}$$

令虚部为零得:  $\omega = \pm\sqrt{3}, +\infty$

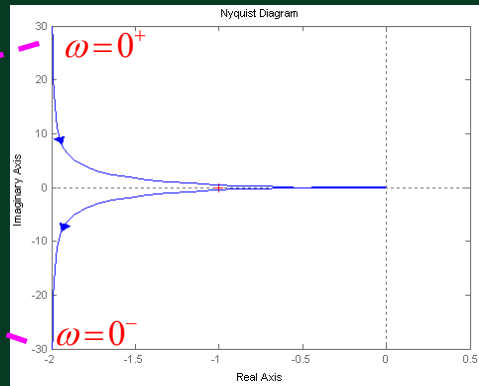
$\omega = \sqrt{3}$  时, **Nyquist曲线过点  $(-K, j0)$** 。

结论:  $K > 1$  时, 闭环系统稳定。(  $K=1$  时临界稳定)

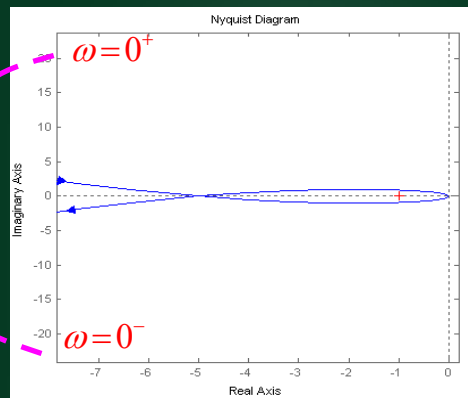
$s = \text{zpk}(-3, [0, 1], K)$ ;

`nyquist(s)`

右图K分别取0.5, 5



$K < 1$  时, 顺时针包围1圈, 不稳定



$K > 1$  时, 逆时针包围1圈, 稳定

# 具有延时环节的系统的稳定性分析



在线开放课程

**说明：**系统中串联延时环节后，幅值不变，相位减小。这样一来，原来系统的Nyquist轨迹位于第三、四象限，为闭环稳定系统，串联延时环节后，向上偏转到第二、一象限，成为不稳定系统。

同时，延时环节的存在，也使系统开环放大系数不能太大，否则原来不包围会变成包围。对存在延时环节的一阶或二阶系统，应尽可能使其延时常数减小。

## □ Nyquist稳定性判据应用总结

- ◆ 开环频率特性曲线可按开环频率特性绘制，也可以由实验方法绘制，不需知道传递函数
- ◆ 作图方便，计算量小
- ◆ 便于研究系统参数和结构改变对稳定性的影响
- ◆ 能指出系统的稳定储备——相对稳定性。以及进一步提高和改善系统动态性能（包括稳定性）的途径。