



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的稳定性

开环含积分环节时的Nyquist轨迹

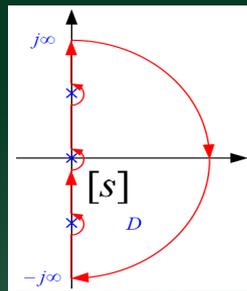
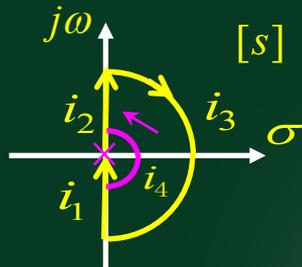
主讲：刘希太

CH5.4 开环含积分环节时的Nyquist轨迹

1、系统中串联积分环节时，开环传递函数有位于原点处的极点，应用Nyquist判据判稳时，[s]平面上选取的 L_s 曲线当以无穷小半径按逆时针绕过，包括四部分： i_1 、 i_2 、 i_3 及 i_4 。

$$G(s)H(s) = \frac{K \prod_{j=1}^m (T_j s + 1)}{s^v \prod_{i=1}^{n-v} (T_i s + 1)}$$

$$G(s)H(s) \Big|_{s=\lim_{r \rightarrow 0} r e^{j\theta}} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{K}{r^v} e^{-jv\theta}$$



- ① ω 从0到 $+\infty$ 时 L_s 过 i_2 ， ω 从 $-\infty$ 到0时过 i_4 ，对应的 L_{GH} 为相互对称的Nyquist轨迹；
- ② L_s 顺时针过 i_3 时，对应的 L_{GH} 为原点或一定点；逆时针过 i_4 时，由上式可知：

L_s 沿小半圆从 $\omega=0^-$ 变化到 $\omega=0^+$ ， θ 角从 $-\pi/2$ 经 0^0 变化到 $\pi/2$ ，对应 [GH] 平面Nyquist 轨迹沿无穷大半径按顺时针方向从 $v\pi/2$ 转到 $-v\pi/2$ 。

思考：开环不稳定时，有何不同？

2、关于Nyquist判据的几点说明

- (1) 该判据不是定义在 $[s]$ 平面而是定义在 $[GH]$ 平面。
- (2) 判据应用简单。开环为最小相位系统($P=0$)时,称开环稳定,闭环稳定条件是开环Nyquist轨迹不包围 $(-1, j0)$ 点;开环为非最小相位系统(P 不为0)时,称开环不稳定,此时闭环稳定条件是开环Nyquist轨迹逆时针包围 $(-1, j0)$ 点 P 圈。

开环不稳时闭环可能稳,开环稳时闭环可能不稳。

- (3) 开环Nyquist轨迹关于实轴对称,画一半即可判稳。

实际系统应先争取内环稳定,再争取外环稳定。

3、开环含积分环节时Nyquist判据判稳示例

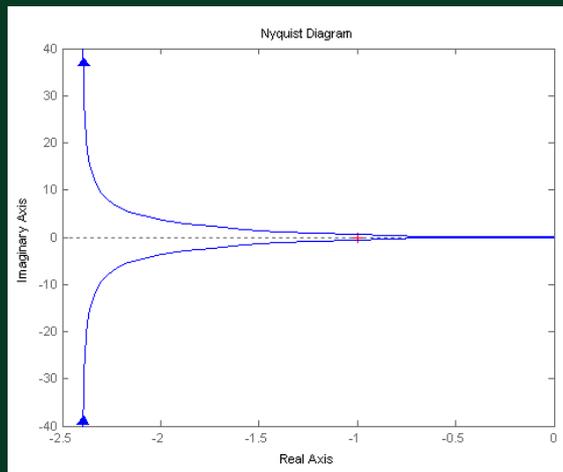
例1 I型系统 $G(s)H(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+5)}$ ，绘制其Nyquist图并分析不同K值对稳定性影响。

解：系统开环稳定。K=10时，matlab程序：

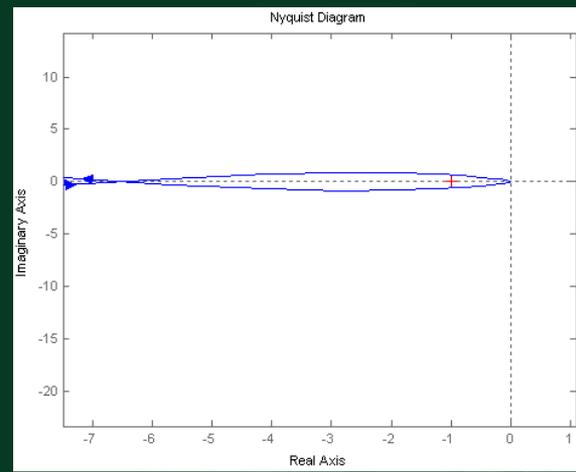
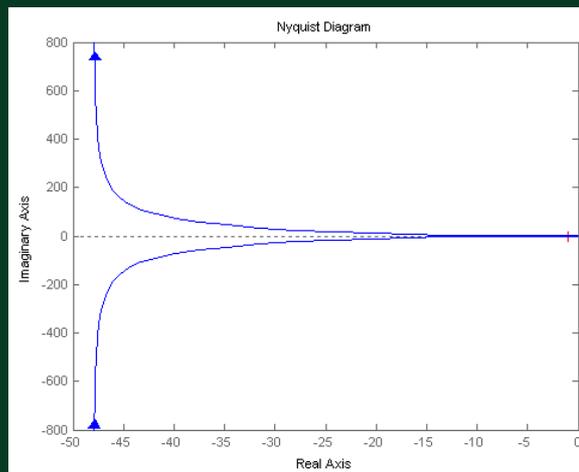
```
s=zpk([], [0, -1, -5], 10); nyquist(s)
```

K=200时，matlab程序：

```
s=zpk([], [0, -1, -5], 200); nyquist(s)
```



N=0, 稳定



N=2≠0, 不稳定

放大后



3、开环含积分环节时Nyquist判据判稳示例

同教材P182例8

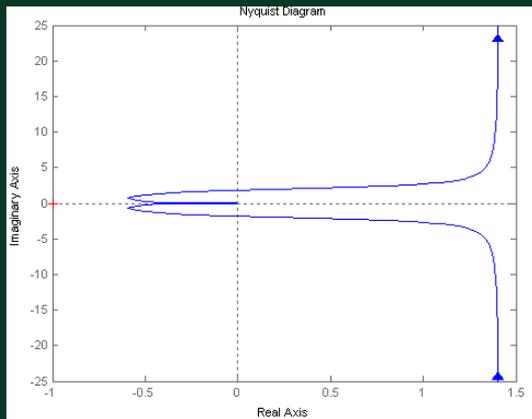
在线开放课程

例2 | 系统 $G(s)H(s) = \frac{K(T_4s+1)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)}$ ，据不同参数绘制其Nyquist图并判别稳定性。

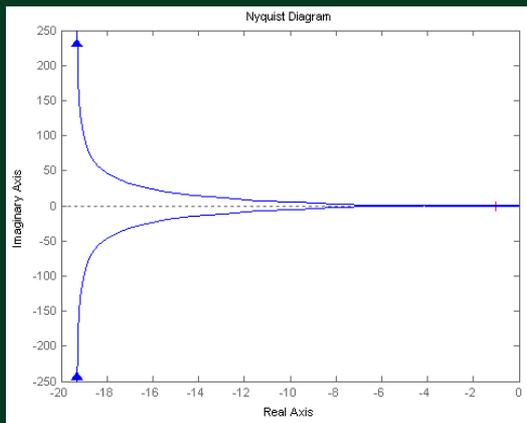
解： T_4 较大时取 $G(s)H(s) = \frac{(5/8)(4s+1)}{s(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)} = \frac{20(s+0.25)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$

`s=zpk(-0.25,[0,-1,-2,-4],20);nyquist(s)`

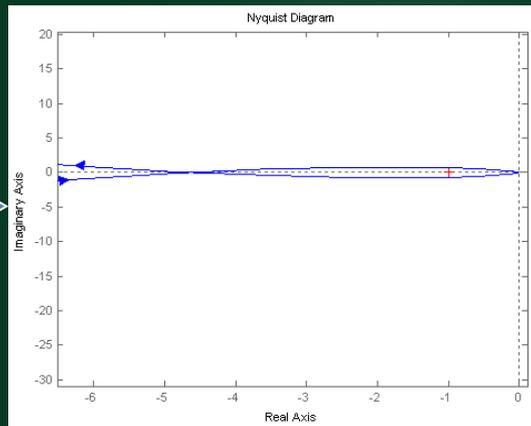
减小 T_4 并适当提高放大倍数： $G(s)H(s) = \frac{(5/8)(0.2s+1) \times 20}{s(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)} = \frac{20(s+5)}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$ `s=zpk(-5,[0,-1,-2,-4],20);nyquist(s)`



$N=0$ ，稳定



放大后



$N=2 \neq 0$ ，不稳定

例3 II型系统开环传递函数如下所示, 绘制其Nyquist图并判别稳定性。

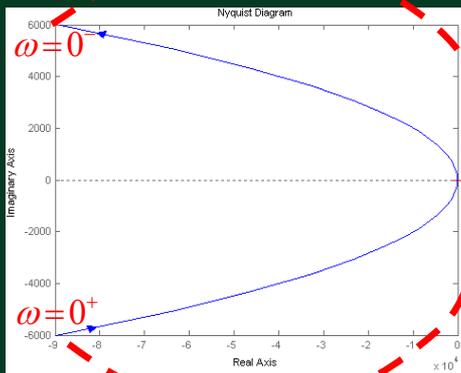
$$G(s)H(s) = \frac{50(10s+1)}{s^2(s+1)}$$

$$G(s)H(s) = \frac{50}{s^2}$$

$$G(s)H(s) = \frac{50(s+1)}{s^2(10s+1)}$$

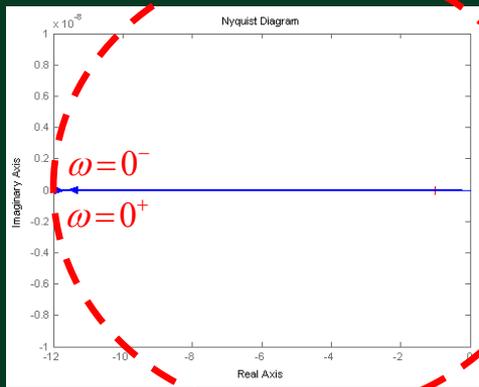
解: 系统开环稳定, 不包围即稳定。分别绘制N氏图:

`s1=zpk(-0.1,[0,0,-1],50);`
`nyquist(s1)`



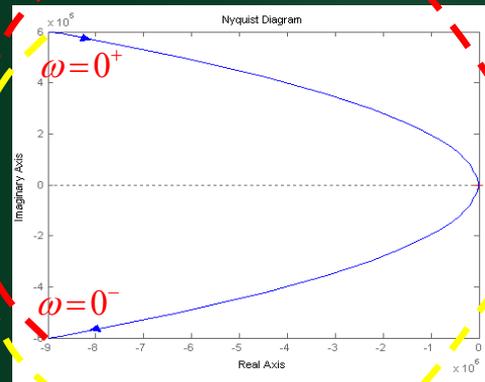
N=0, 稳定

`s2=zpk([], [0,0], 50);`
`nyquist(s2)`



过(-1, j0), 临界稳定

`s3=zpk(-1,[0,0,-0.1],50);`
`nyquist(s3)`



N=2, 不稳定

Nyquist判据可用于解决多种控制系统的稳定性判断问题, 下一讲将通过一些示例对其应用进行总结。