石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的稳定性

稳定性几何判据之Nyquist判据

主讲 ： 刘希太

CH5.3 稳定性几何判据之Nyquist判据

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

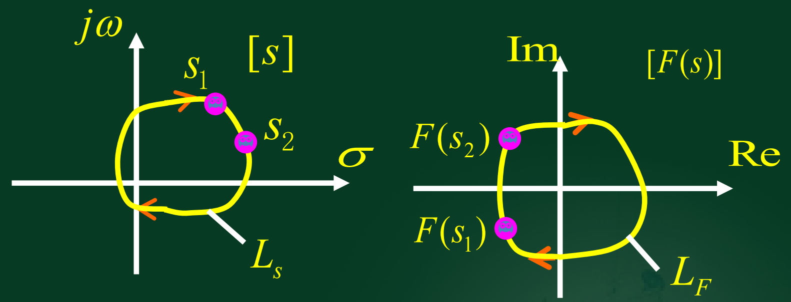
在线开放课程

1、幅角定理---研究两个复函数在极坐标平面内对应关系

$s=\sigma+j\omega$ ---复变量，对应[s]平面。

$$F(s)=\frac{K(s-q_1)(s-q_2)\ldots(s-q_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\ldots(s-p_n)}$$

---s的单值有理复变函数，对应[F(s)]平面



若F(s)在s平面指定的区域内非奇异（一一对应），二者有如下对应关系：

(1) s平面上点 s_1 对应F(s)平面上点$F(s_1)$（ s_1 的像）；

(2) s平面内不过F(s)任何奇异点的封闭曲线L_F 对应F(s)平面内封闭曲线L_s 。

当 s按顺时针绕 L_s 变化一周时，向量F(s)将按顺时针方向绕原点旋转N圈。

1、幅角定理

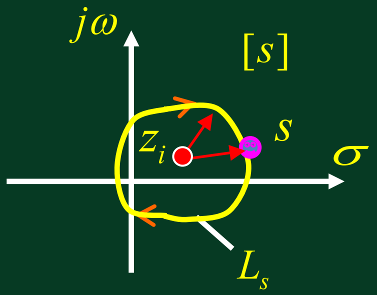
① L_s 包围F(s) Z个零点时，L_F 将绕原点顺时针旋转Z圈；

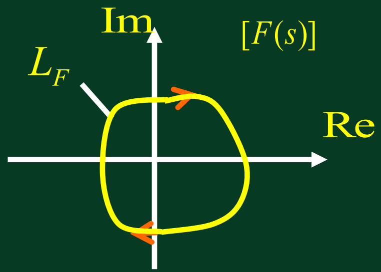
② L_s 包围F(s) P个极点时，L_F 将绕原点逆时针旋转P圈；

③ L_s包围F(s) 的Z个零点、P个极点时，L_F 将绕原点顺时针旋转N=Z-P圈；

④ L_s 不包围F(s) 任何零、极点时，L_F 也不会包原点。

幅角原理简要说明：





$$s=\sigma+j\omega$$

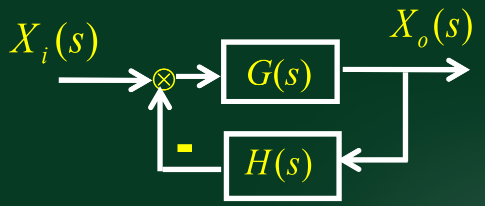
$$F(s)=\frac{K(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$

$$\angle F(s)=\sum_{i=1}^{m}\angle(s-z_i)-\sum_{i=1}^{n}\angle(s-p_j)$$

2、从幅角定理到Nyquist判据

思路:由开环传递函数得**Nyquist** 图，利用其中信息判定闭环系统稳定性。

- 利用幅角定理，使F(s)中含闭环系统的信息；



令：$G_K(s)=G(s)H(s)=\dfrac{N(s)}{D(s)}$ --对应开环零点 / --对应开环极点

得：$G_B(s)=\dfrac{G(s)}{1+G_K(s)}=\dfrac{D(s)G(s)}{D(s)+N(s)}$ --对应闭环零点 / --对应闭环极点

现构造函数F(s)：$F(s)=\dfrac{\text{闭环特征式}}{\text{开环特征式}}=\dfrac{D(s)+N(s)}{D(s)}$ --对应闭环极点 / --对应开环极点 $=1+\dfrac{N(s)}{D(s)}=1+G_K(s)$

关键点：将分析[F]平面上包围原点情况转化为分析Nyquist轨迹包围(-1, j0)点情况。

2、从幅角定理到Nyquist判据

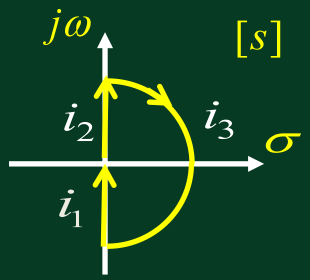
思路：由开环传递函数得**Nyquist 图**，利用其中信息判定闭环系统稳定性。

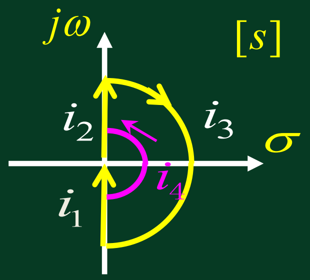
◆在开环Nyquist图已知条件下，利用幅角定理来判定开、闭环系统的稳定性。

为利用幅角定理，选择包围s平面的整个右半平面的曲线作为L_S，如下图示：

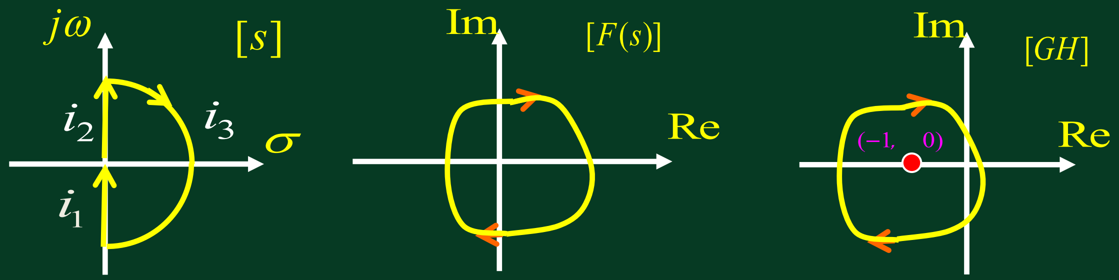
L_S包括三部分：虚轴上的 i_1 、i_2以及半径为无穷大的半圆弧 i_3 ，按顺时针方向旋转。

碰到位于虚轴上的极点时，以无穷小半径按逆时针绕过，不影响对幅角定理的应用。





CH5.3 稳定性几何判据之Nyquist判据



$$F(s)=\frac{\text{闭环特征式}}{\text{开环特征式}}=\frac{D(s)+N(s)}{D(s)}\begin{matrix}\text{--对应闭环极点}\\ \text{--对应开环极点}\end{matrix}=1+G_K(s)$$

系统稳定的充要条件是s右半平面无闭环极点,即Z=0,N=-P，得Nyquist判据:

1、系统为开环最小相位系统即开环稳定，则P=0，稳定条件为N=0;

2、系统为开环非最小相位系统即开环不稳定，则P≠0，稳定条件为N=-P。

说明:Z=0即不能有顺时针包围；可以有逆时针包围且等于P圈。

2、Nyquist判据判稳示例

在线开放课程

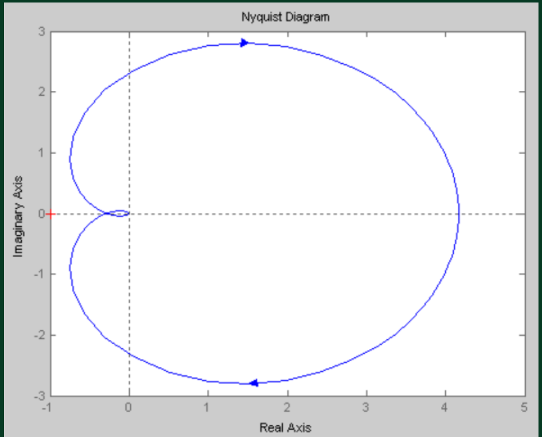
例1 两系统开环传递函数如下所示，绘制其Nyquist图并判别稳定性。

$$G_k(s)=\frac{50}{(s+1)(s+2)(s+6)} \qquad G_k(s)=\frac{500}{(s+1)(s+2)(s+6)}$$

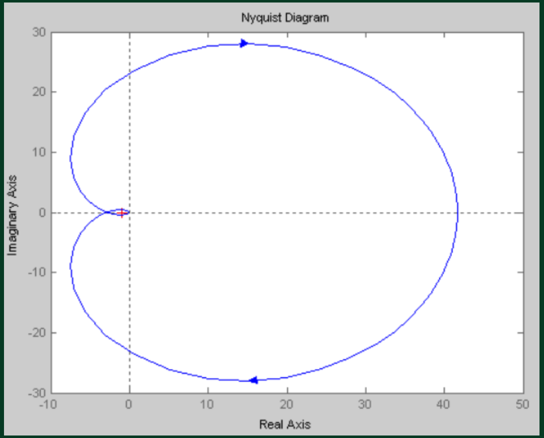
同教材P177例1。

解：系统开环不稳定且P=1，matlab程序：

s1=zpk([],[-1,-2,-6],50);nyquist(s1)



s2=zpk([],[-1,-2,-6],500);nyquist(s2)



开环为最小相位系统时，二阶以下总是稳定的。

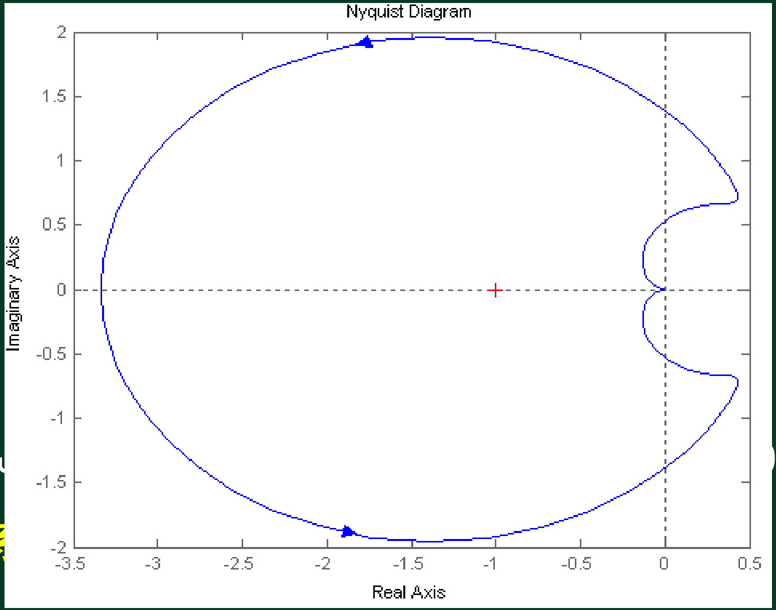
两系统皆开环稳定(P=0)，前者不包围(-1，j0)，闭环稳定；后者K增大导致包围，不稳定。

例2 知系统的开环传递函数，绘制其Nyquist图并判别稳定性。

同教材P177例2。

$$G(s)=\frac{20(s+1)(2s+1)}{(s^2+5s+6)(10s-1)(0.5s+1)}$$

解：系统开环不稳定且P=1，matlab程序：



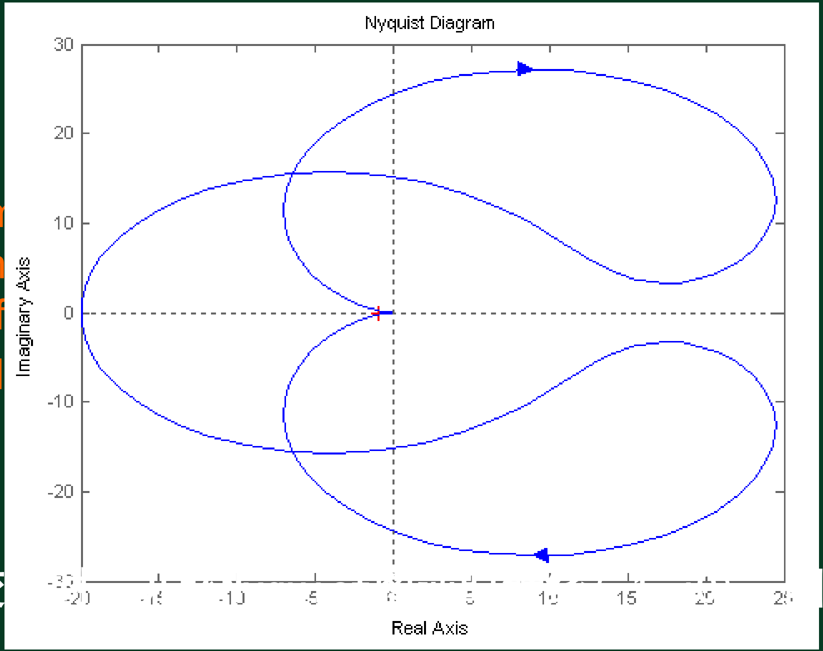
ω)一圈，N=-P,闭环系统稳定。

系

例2 将原系统中二阶环节改为振荡环节，结论？

$$G(s)=\frac{20(5s+1)(2s+1)}{(0.25s^2+0.5s+1)(10s-1)(0.5s+1)}$$

解：



num
den
s=tf
nyq

ω变 ，N=-P，闭环系统仍稳定。

Nyquist判据判断系统稳定性时，常会遇到含有积分环节的控制系统，这种系统其Nyquist轨迹从无穷远处开始，如何包围(-1,j0)?且听下一讲。

CH5.4 开环含积分环节时的Nyquist轨迹