石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的稳定性

系统稳定性概念及判断方法

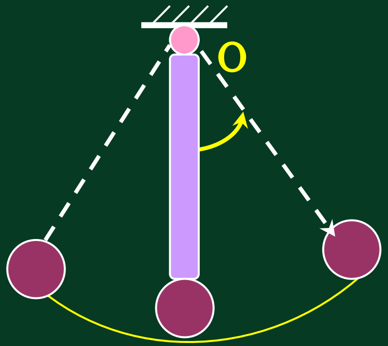
主讲 ： 刘希太

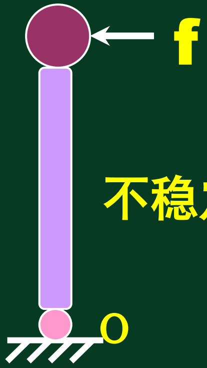
5.1 系统稳定性概念及判断方法

一、稳定性的定义

系统稳定性是指系统在干扰作用下偏离平衡位置，当干扰撤除后，系统自动回到平衡位置的能力。

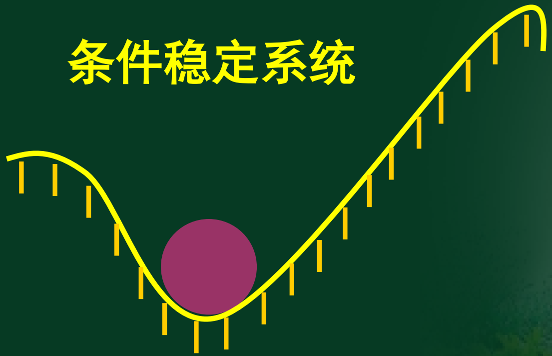
稳定系统





不稳定系统

条件稳定系统



5.1 系统稳定性概念及判断方法

二、关于稳定性的一些提法

1、李雅普诺夫意义下的稳定性

当系统(任意系统)受到扰动后,其状态偏离平衡状态，在随后所有时间内，系统的响应可能出现下列情况：

1)系统的自由响应是有界的；
2)系统的自由响应是无界的；
3)系统的自由响应不但有界，且最终回到原先的平衡状态。

三种情况分别定义为稳定的、不稳定的和渐进稳定的。

2、“小偏差”稳定性

5.1 系统稳定性概念及判断方法

三、系统稳定的充要条件

系统所有特征根具有负实部
系统传递函数的所有极点分布在s左半平面内

四、系统不稳定现象的发生

- 线性系统不稳定现象发生与否取决于系统内部条件
- 线性系统发生不稳定现象时必有适当的正反馈作用

5.1 系统稳定性概念及判断方法

五、判断稳定性的两种方法

法一:代数判据--解特征方程确定特征根。

缺点：解高阶系统存在困难。

阿贝耳定理：五次以及更高次的代数方程没有一般的代数解法。

解决方法：由特征方程根与系数的关系确定根的分布情况。

法二:几何判据---Nyquist图、Bode图及根轨迹

5.1 系统稳定性概念及判断方法

六、稳定性代数判据

根据特征方程各项系数，在不解方程情况下，判定一个多项式方程中是否存在位于复平面右半部的正根。

1、赫尔维茨(Hurwitz)稳定判据

系统稳定的充要条件：特征方程的赫尔维茨行列式D_k（$k=1,2,3,\cdots,n$）全部为正。

（必要条件：各项系数大于零）

◆赫尔维茨稳定判据示例

系统特征方程的一般形式：

$$D(s)=a_0s^n+a_1s^{n-1}+\cdots+a_{n-1}s+a_n=0$$

各阶赫尔维茨行列式： $D_0=a_0$ $D_1=a_1$

$$D_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} \qquad D_3=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \qquad D_n=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & \cdots & a_{2n-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & \cdots & a_{2n-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & \cdots & a_{2n-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & \cdots & \cdots & a_{2n-4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

◆赫尔维茨稳定判据示例

示例：已知系统特征方程：$2s^4+s^3+3s^2+5s+10=0$

试用赫尔维茨判据判断系统的稳定性。

解：特征方程系数满足必要条件。各阶赫尔维茨行列式为：

$D_0=a_0=2 \qquad D_1=a_1=1$

$D_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}=1\times3-2\times5=-7<0$ 系统不稳定。

2、林纳德—奇帕特（Lienard-Chipard)判据

赫尔维茨判据的推广，可减少行列式计算工作量。

系统稳定的充要条件：

1.系统特征方程的各项系数大于零(必要条件)，即

$$a_i > 0, (i = 0, 1, 2, \cdots, n)$$

2 .奇数阶或偶数阶的赫尔维茨行列式大于零。即

$$\boldsymbol{D}_{\text{奇}} > \mathbf{0} \quad \text{或} \quad D_{\text{偶}} > 0$$

◆林纳德—奇帕特稳定判据示例

例1：已知单位负反馈系统开环传函：$G(s)=\dfrac{K}{s(0.1s+1)(0.25s+1)}$

试求开环增益 K 的稳定域。

解：$D(s)=s(0.1s+1)(0.25s+1)+K=0$

$$\Rightarrow 0.025s^3+0.35s^2+s+K=0$$

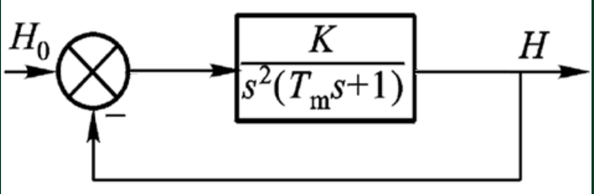
系统稳定充要条件：$K>0,\quad D_2=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}=0.35-0.025K>0$

开环增益 K 的稳定域：$0<K<14$

◆林纳德—奇帕特稳定判据示例

例2：已知液位控制系统如图：

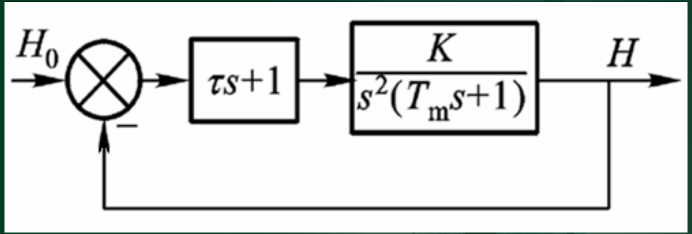
分析系统稳定性并采取改进措施。



解：系统闭环特征方程：$T_m s^3 + s^2 + K = 0$

因系数缺项，不满足系统稳定的必要条件，此为结构不稳定系统。

改进措施:引入比例—微分控制，补上特征方程中的缺项：



新闭环特征方程：$T_m s^3 + s^2 + K\tau s + K = 0$

稳定条件：

$$\begin{cases} T_m > 0, \tau > 0, K > 0 \\ D_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 = K\tau - KT_m > 0 \Rightarrow \tau > T_m \end{cases}$$

林纳德一奇帕特稳定判据虽已得到化简，特征方程阶次较高时仍要求计算高阶行列式。后面将学习一种更有效的代数判据---

5.2. 系统稳定性判据之Routh判据