石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的时间响应分析

δ 函数在时间响应中的作用

主讲 ： 牛江川

3.7 δ函数在时间响应中的作用

在线开放课程

单位脉冲函数及单位脉冲响应函数非常重要。

$$\begin{cases} \delta(t-\tau)=\begin{cases}0, t\neq\tau \\ \infty, t=\tau\end{cases} \\ \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-\tau)dt=1 \end{cases}$$

$\delta(t)$是$\delta(t-\tau)$在τ=0时的特例。

如图3.7.1，工程上常用长度等于1的有向线段来表示$\delta(t-\tau)$在$(-\infty,+\infty)$区间的积分面积，线段的长度称为脉冲强度。对于机械系统，当输入脉冲力时，其脉冲强度即为冲量值。

系统的单位脉冲响应为其传递函数的拉氏逆变换。

利用线性叠加原理，可以通过反复求 $w(t)$ 得到系统在任意输入时的响应。

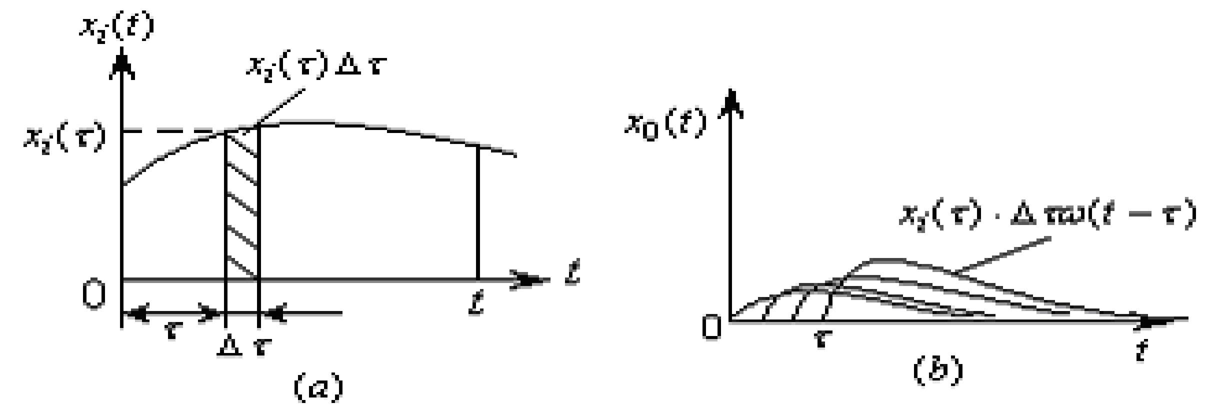

图3.7.3系统任意输入及其响应

$$x_0(t)=\sum_{\tau=0}^{t-\Delta\tau}x_i(\tau)\cdot\Delta\tau\cdot w(t-\tau)$$

当 $\tau\rightarrow 0$ 时，得： $x_0(t)=\int_0^t x_i(\tau)w(t-\tau)d\tau$

对于实际的系统，因：输入在τ＜0为零，故积分下限可换为 -∝，同时，对于每一个微小的脉冲，其输出只能在该时刻起作用，而在其之前是没有响应的，故积分上限可以扩展到 + ∝。从而有：

$$x_0(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}x_i(\tau)w(t-\tau)d\tau$$

按卷积定义，知 $x_0(t)=x_i(t)*w(\tau)$

上式为系统数学模型的单位脉冲函数表达形式。据卷积定理，其拉氏变换为：

$$X_o(s) = X_i(s) \cdot W(s) = X_i(s) \cdot G(s)$$

与由传递函数定义导出的结果完全相同。

3.8. 利用matlab分析时间响应（自学）

小结