



石家庄铁道大学
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的时间响应分析

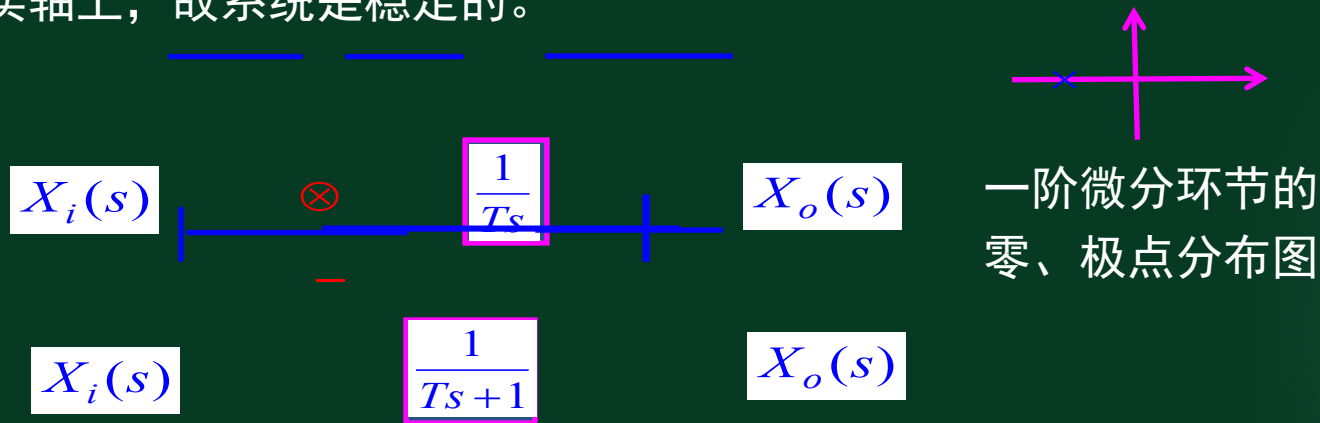
一阶系统

主讲：牛江川

3.3、一阶系统

其传递函数的一般形式为：
$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

T 为一阶系统的时间常数。常用一阶微分环节如下图3-2。又因其极点位于复平面负实轴上，故系统是稳定的。



一阶微分环节的
零、极点分布图

图3-2 常用一阶微分环节的形成

(1) 一阶系统的单位脉冲响应

系统输入 $x_i(t) = \delta(t)$ 时，其拉氏变换 $X_i(s) = 1$

设系统输出 $W(s)$ 为，则有 $W(s) = X_o(s) = X_i(s)G(s) = G(s)$

得：
$$w(t) = L^{-1}[G(s)] = L^{-1}\left[\frac{1}{Ts + 1}\right] = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}, (t \geq 0)$$

一阶系统的单位脉冲响应只有瞬态项，而稳态响应项为零。它是一单调下降的指数曲线，如图所示。

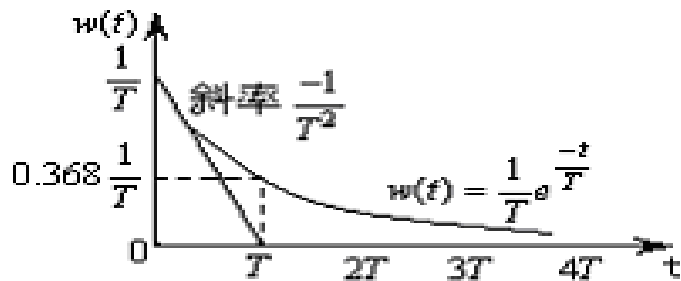


图 3-3 一阶系统的单位脉冲响应

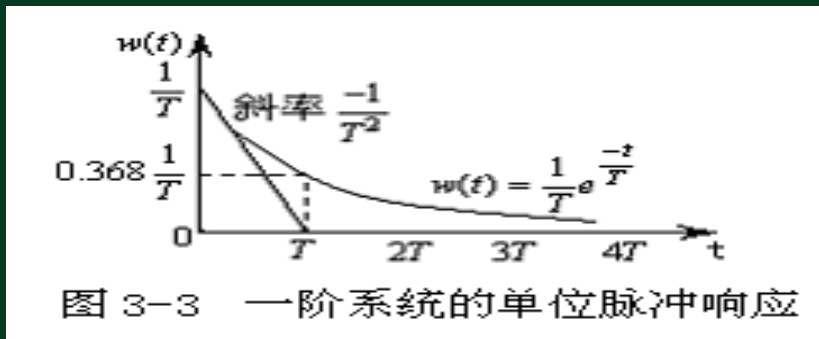
$$w(t) = L^{-1}[G(s)] = L^{-1}\left[\frac{1}{Ts+1}\right] = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}}, (t \geq 0)$$

当 $t = T$ 时, $w(t) = 0.368 \frac{1}{T}$

如将指数曲线衰减到初值的2%即

$0.02 \frac{1}{T}$ 之前的过程定义为过渡过程,

则可算得相应的过渡过程时间或调整时间为 $t_s = 4T$ 。



时间常数越小, 系统对输入信号的反应越快, 系统的惯性也越小。因一阶系统的惯性较大, 又称为惯性系统。

常以具有一定脉宽和有限幅度的脉冲来代替理想的脉冲信号, 要求脉冲宽度 h 与系统的时常 T 相比足够小, 一般要求 $h < 0.1T$ 。

(2) 一阶系统的单位阶跃响应

系统输入 $x_i(t) = u(t)$, $L[u(t)] = \frac{1}{s}$,

$$X_o(s) = X_i(s)G(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{s} - \frac{T}{Ts+1}, \quad x_o(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}}, (t \geq 0)$$

一阶系统单位阶跃响应中, $-e^{-\frac{t}{T}}$ 是瞬态项, 1是稳态项, 其响应曲线如图所示。它是一条单调上升的指数曲线。

当 $t = T$ 时,

$x_o(t) = 0.632$
零点切线斜率为

$$\left. \frac{dx_o(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{T}$$

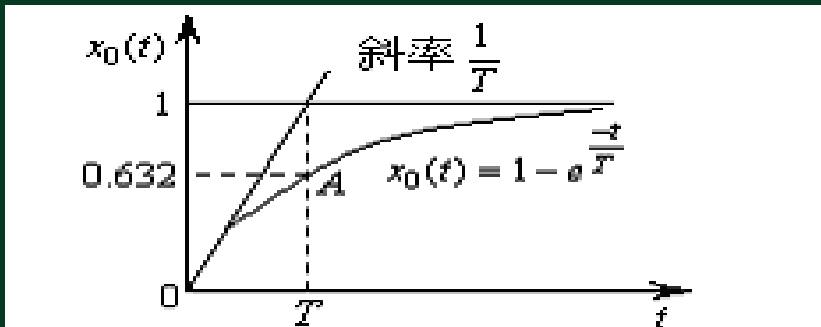


图3-5 一阶系统的单位阶跃响应

一阶系统单位阶跃响应的过渡过程时间也是 $t_s = 4T$ 。

利用实验方法来求取一阶系统传递函数，可先对系统输入单位阶跃信号，测出其响应曲线。由前面分析得知，其输出幅值为0.632的点所对应的时间即系统的时间常数 T ；或找出零点处的切线斜率，其倒数即系统的时间常数 T ，可得系统传函。

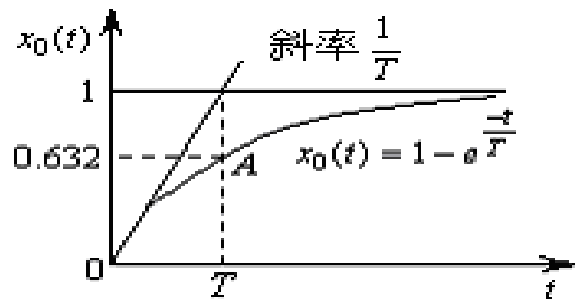


图 3-5 一阶系统的单位阶跃响应

(3) 一阶系统的单位斜坡响应

系统输入 $x_i(t) = t, t \geq 0, \quad L[x_i(t)] = \frac{1}{s^2}$

$$X_0(s) = X_i(s)G(s) = \frac{1}{Ts + 1} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T}{s + \frac{1}{T}}$$

得 $x_0(t) = t - T + Te^{\frac{-t}{T}}, (t \geq 0)$

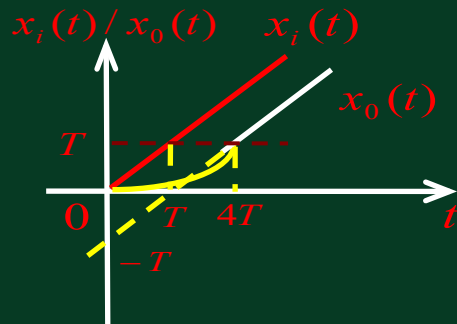


图 一阶系统的单位斜坡响应

例3-2 水银温度计为近似一阶惯性环节。已知温度计初始条件为零（初始示值为零），测加热器内水温时，水银温度计插入1分钟后达到稳态值，指示温度值为实际水温数值的98%（可视为达到稳态值）。若加热器连续加热，水温变化率为 $10^{\circ}\text{C}/\text{min}$ ，求温度计的稳态指示误差。

解：对恒定温度，温度计输入为阶跃输入，

$$t = 4T = 1 \text{ min}, T = 0.25 \text{ min}$$

而对斜坡输入，如上图3.3.5所示，当达到稳态以后，

系统输出与输入相比滞后一个时间常数 T ，

且输入的变化率为 $10^{\circ}\text{C}/\text{min}$ ，则输出变化率与

输入变化率相同，故相对稳态误差为 $10 \times T = 2.5^{\circ}\text{C}$ 。

小结



在线开放课程

