



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

系统的数学模型

考虑扰动的反馈控制系统的传递函数

主讲：吉喆

目录



在线开放课程

- 1. 考虑扰动的反馈控制系统的传递函数
- 2. 相似原理



1. 考虑扰动的反馈控制系统的传递函数

自动控制系统在工作过程中，常会受到两种输入信号的作用，一类是给定的输入信号，一类是干扰信号。给定输入通常加在系统的输入端，而干扰信号一般作用在被控对象或其它系统部件上。

常用反馈控制系统的典型结构图如图所示：

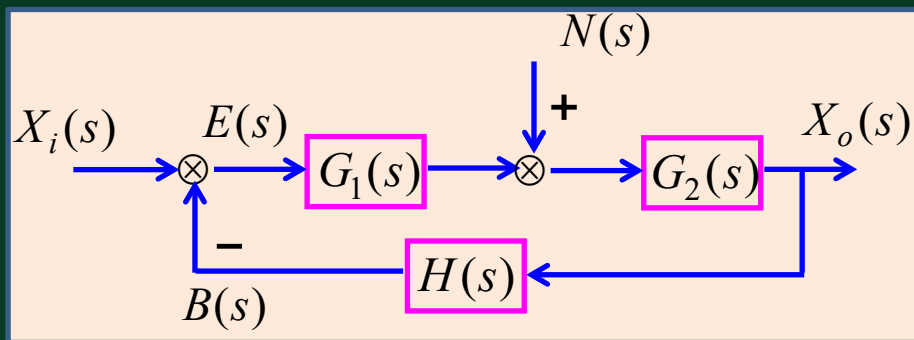
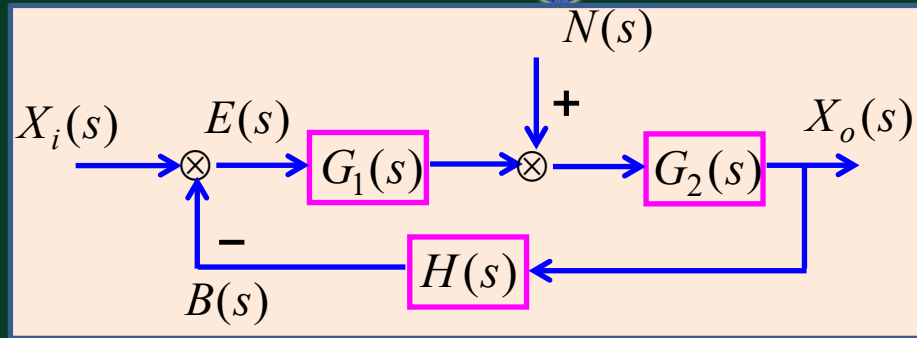


图1常用反馈控制系统的典型结构图

1. 考虑扰动的反馈控制系统的传递函数

(1) 开环传递函数

$$G_K(s) = \frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s)$$



(2) 闭环传递函数

① 给定输入下闭环传函 $G_B(s) = \frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$

② 扰动输入下闭环传函 $G_N(s) = \frac{X_0(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$

③ 给定输入和扰动输入同时作用下的系统总输出：

$$X_0(s) = G_B(s)X_i(s) + G_N(s)N(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)X_i(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)} + \frac{G_2(s)N(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$$

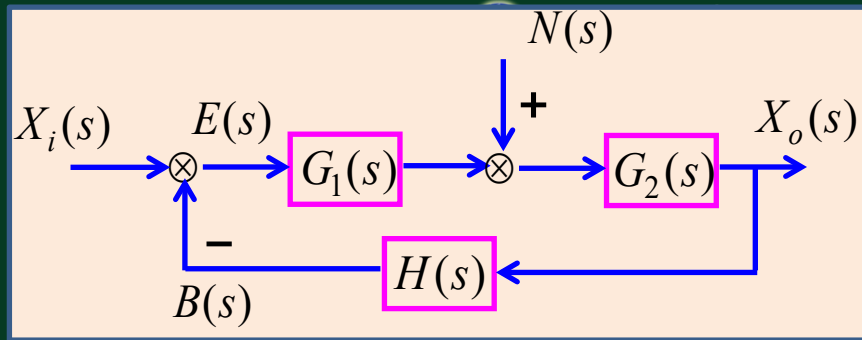
1. 考虑扰动的反馈控制系统的传递函数

(3) 闭环系统的偏差传递函数

偏差: 给定输入信号与反馈信号之间的差。

$$e(t) = x_i(t) - b(t)$$

其拉氏变换为: $E(s) = X_i(s) - B(s)$



讨论在不同输入作用下偏差的变化规律:

① 给定输入下偏差闭环传函 $G_{BE}(s) = \frac{E(s)}{X_i(s)} = \frac{1}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$

② 扰动输入下偏差闭环传函 $G_{NE}(s) = \frac{E(s)}{N(s)} = \frac{-H(s)G_2(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$

③ 给定输入和扰动输入同时作用下的系统总偏差

$$E(s) = G_{BE}(s)X_i(s) + G_{NE}(s)N(s) = \frac{X_i(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)} + \frac{-H(s)G_2(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}N(s)$$

✓ 给定输入和扰动输入同时作用下的系统总输出:

$$X_0(s) = G_B(s)X_i(s) + G_N(s)N(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)X_i(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)} + \frac{G_2(s)N(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$$

✓ 给定输入和扰动输入同时作用下的系统总偏差

$$E(s) = G_{BE}(s)X_i(s) + G_{NE}(s)N(s) = \frac{X_i(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)} + \frac{-H(s)G_2(s)}{1 + H(s)G_1(s)G_2(s)}$$

闭环系统的特征多项式

$$1 + H(s)G_1(s)G_2(s) = 1 + G_K(s)$$

反映闭环控制系统的本质特征

$$1 + G_K(s) = 0 \text{ 称为特征方程。}$$

2. 相似原理

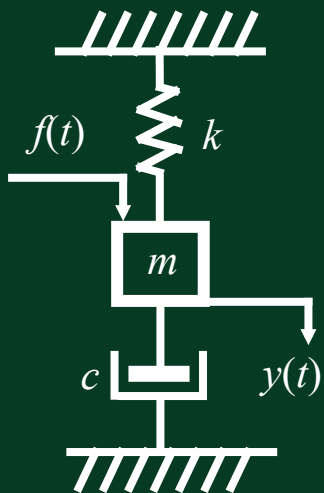


在线开放课程

研究得知，不同的物理环节或系统可以用形式相同的微分方程与传递函数来描述，也就是说，可以用形式相同的数学模型来进行描述。能用形式相同的数学模型来描述的系统称为**相似系统**，在微分方程或传递函数中占相同位置的物理量称为**相似量**。这样，可以用相同的数学方法来对相似的物理系统加以研究，并可以将有关的控制方法进行推广。

2. 相似原理

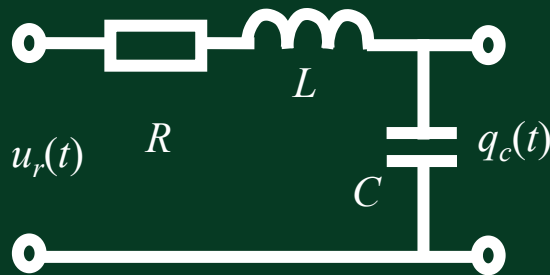
机械平移系统



$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky = f(t)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

电阻—电感—电容串联系统



以电量 q 表示输出时有:

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + Cq = u_r(t)$$

$$G(s) = \frac{Q(s)}{U(s)} = \frac{1}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}$$

两个系统特点:

- ✓ 组成系统的物理元件不同
- ✓ 数学模型形式相同

小结



在线开放课程

- 存在扰动输入信号时的总输出和偏差输出
- 相似原理的理解

