



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

齿轮传动

直齿轮的强度计算

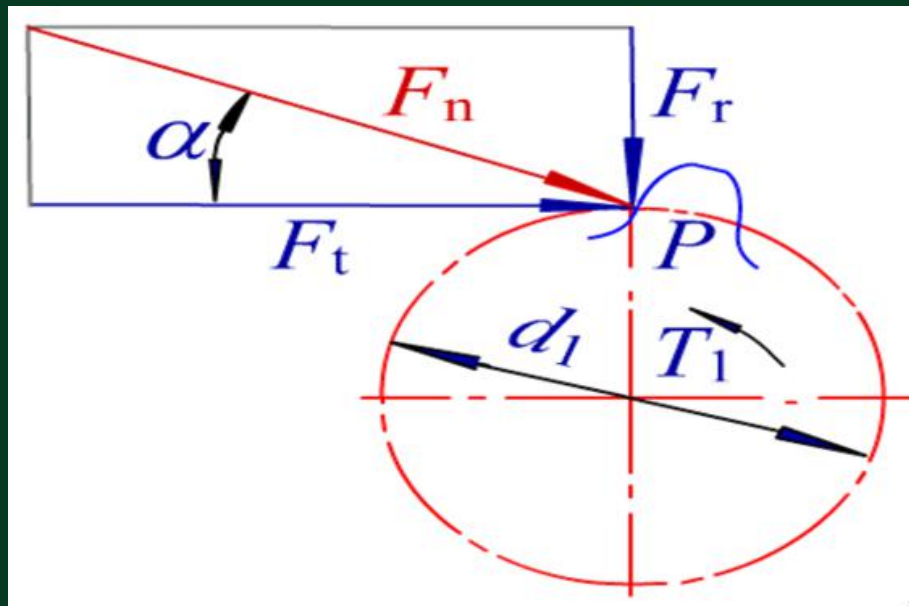
主讲：李杰

- 一、轮齿受力分析
- 二、齿根弯曲疲劳强度计算
- 三、齿面接触疲劳强度计算
- 四、齿轮传动的强度计算说明
- 五、小结

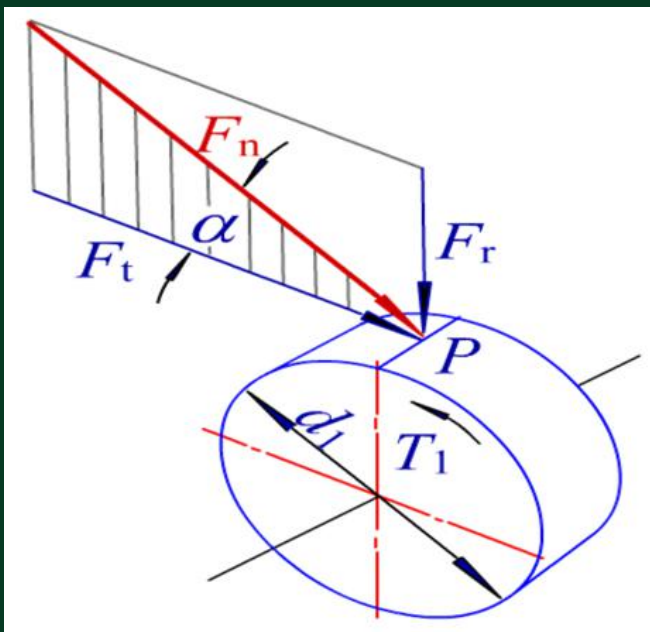
一、轮齿受力分析

小齿轮上的转矩:

$$T_1 = 10^6 \frac{P}{\omega_1} = 9.55 \times 10^6 \frac{P}{n_1} \quad N \cdot mm$$



一、轮齿受力分析

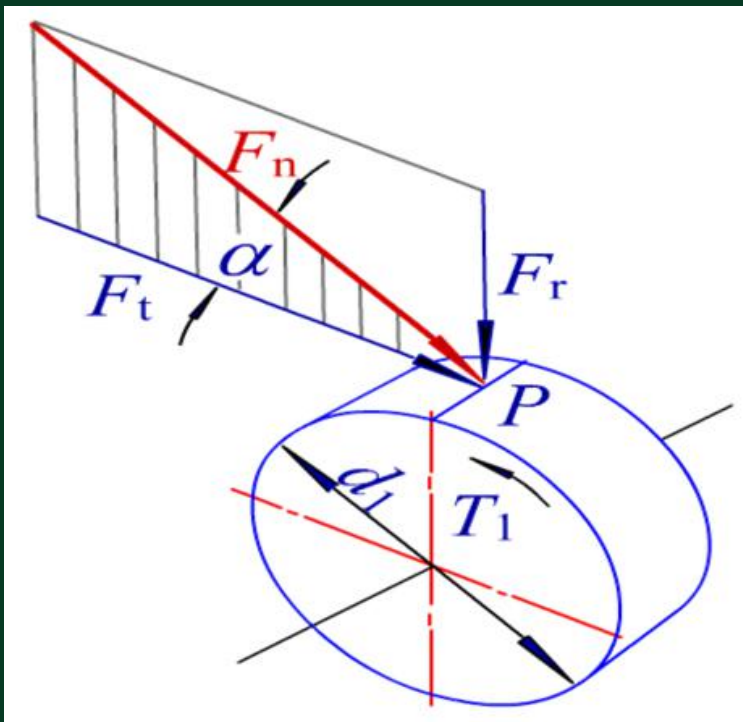


$$\text{圆周力 } F_t = \frac{2T_1}{d_1}$$

方向：

1. 主动轮：圆周力为阻力，方向与圆周速度方向相反。
2. 从动轮：圆周力为动力，方向与圆周速度方向相同。

一、轮齿受力分析



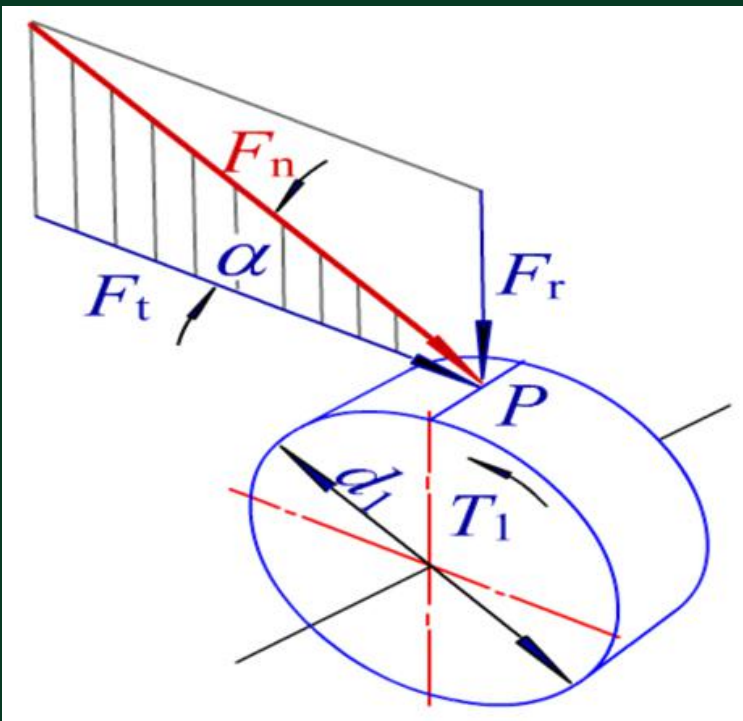
径向力

$$F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha$$

方向：

总是指向回转中心。

一、轮齿受力分析



法向力

$$F_n = F_t / \cos \alpha$$

方向：

沿啮合点处公法线方向。

二、齿根弯曲疲劳强度计算



在线开放课程

— 齿根所受的弯矩最大，齿根处的弯曲疲劳强度最弱。

- 齿顶啮合，处于双齿啮合区，弯矩力臂最大，但力并不是最大，弯矩并不是最大；
- 齿根所受的最大弯矩发生在轮齿啮合点位于单对齿啮合区最高点；

二、齿根弯曲疲劳强度计算

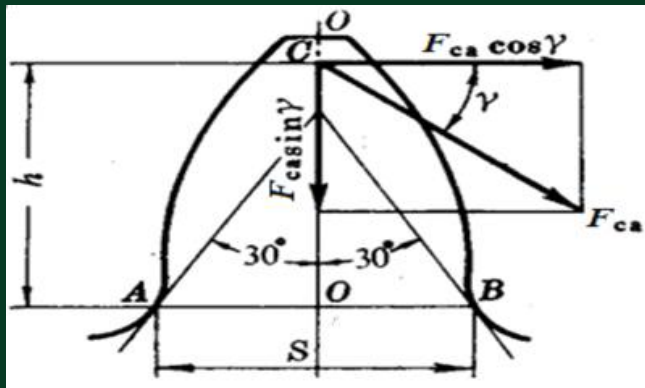
— 齿根所受的弯矩最大，齿根处的弯曲疲劳强度最弱。

- 齿根弯曲强度按载荷作用于单齿啮合区最高点来计算，通常只用于高精度的齿轮传动。
- 制造精度较低的齿轮传动（如7，8，9级精度），制造误差大，在齿顶处啮合的轮齿分担较多的载荷，按全部载荷作用于齿顶来计算齿根的弯曲强度。

二、齿根弯曲疲劳强度计算

— 齿根所受的弯矩最大，齿根处的弯曲疲劳强度最弱。

按全部载荷作用于齿顶来计算齿根的弯曲强度。
危险截面：齿根圆角 30° 切线两切点连线处。



二、齿根弯曲疲劳强度计算

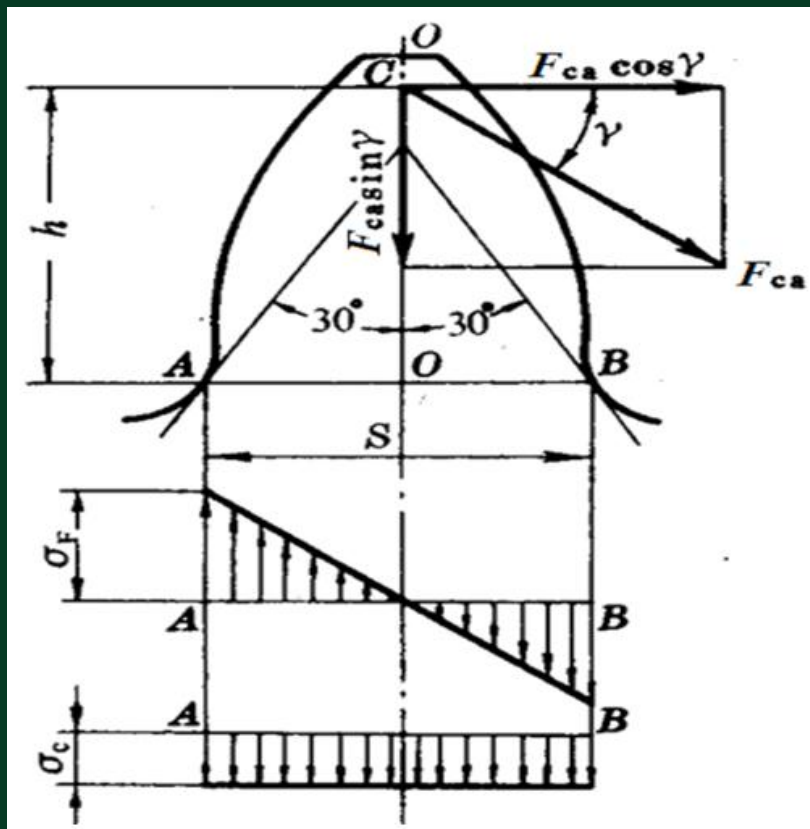
齿根危险截面的弯曲应力

校核公式：

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{\phi_d m^3 z_1^2} Y_{Fa} Y_{sa} \leq [\sigma_F]$$

设计公式：

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} Y_{sa}}{[\sigma]_F}}$$



二、齿根弯曲疲劳强度计算

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{\phi_d m^3 z_1^2} Y_{Fa} Y_{sa} \leq [\sigma_F]$$

式中 Y_{Fa} — 齿形系数

$$Y_{Fa} = \frac{6\left(\frac{h}{m}\right) \cos \gamma}{\left(\frac{S}{m}\right)^2 \cos \alpha} \quad \text{无量纲}$$

Y_{Fs} — 应力修正系数 无量纲

b——齿宽

T₁——小齿轮上的转矩

φ_d——齿宽系数 $\phi_d = b/d_1$

m——模数：应取标准值 $m \geq (1.5 \sim 2) \text{mm}$

[σ]_F——齿轮许用弯曲应力

三、齿面接触疲劳强度计算

- 齿面疲劳点蚀与齿面接触应力有关；
- 齿面最大接触应力近似用赫兹公式计算：

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{\pi L} \cdot \frac{\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}}$$

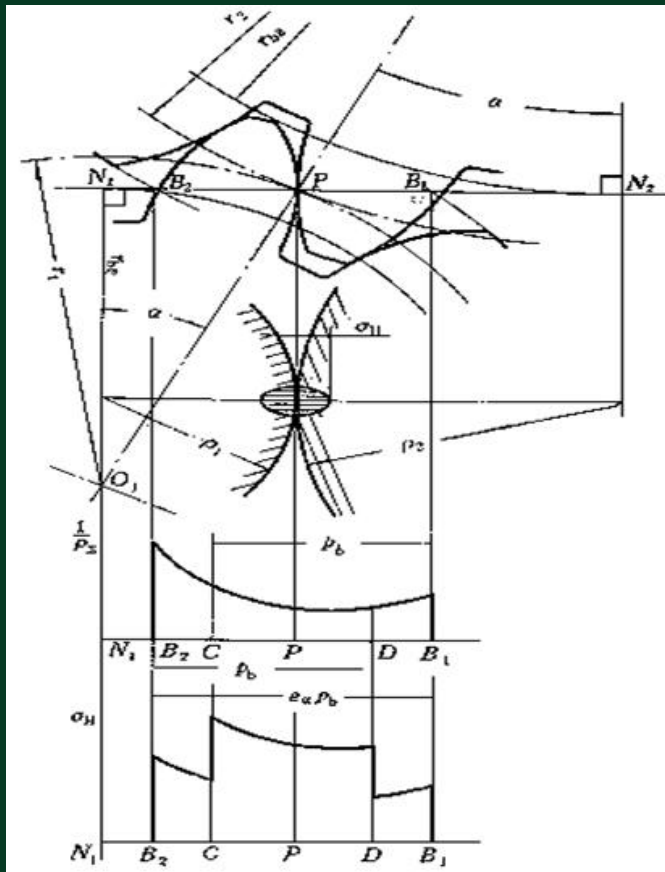
三、齿面接触疲劳强度计算

• 说明

— 齿面接触强度，应同时考虑啮合点所受载荷及综合曲率。

- 对 $\varepsilon_{\alpha} \leq 2$ 的直齿轮传动，小齿轮单齿啮合最低点处接触应力最大；
- 对应大齿轮的啮合点是位于大齿轮齿顶的单齿啮合的最高点；
- 实际情况：同一齿面，齿根面先点蚀，然后扩展到齿顶面，即齿顶面比齿根面接触疲劳强度高。

三、齿面接触疲劳强度计算



三、齿面接触疲劳强度计算

- 说明

- 计算齿面的接触强度时，应同时考虑啮合点所受的载荷及综合曲率的大小。

- 小齿轮齿数 $z_1 \geq 20$ 时，按单对齿啮合的最低点计算的接触应力与按节点啮合计算的接触应力相近；
- 通常以节点啮合进行齿面的接触强度计算。

三、齿面接触疲劳强度计算

标准直齿轮 $\alpha=20^\circ$, $Z_H=2.5$,

校核公式
$$\sigma_H = 2.5 Z_E \sqrt{\frac{2 K T_1}{b d_1^2} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma_H]$$

设计公式

$$d_1 \geq 2.32 \sqrt[3]{\frac{K T_1}{\phi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \left(\frac{Z_E}{[\sigma]_H} \right)^2}$$

三、齿面接触疲劳强度计算

式中 Z_H - 节点区域系数 $Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos\alpha \sin\alpha}}$ $\alpha = 20^\circ$ 时 $Z_H = 2.5$

表示节点处齿廓曲率对 σ_H 的影响

$$Z_E - \text{弹性系数} \quad Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_{21}^2}{E_2} \right)}}$$

与两齿轮材料的匹配有关

$$u - \text{齿数比} \quad u = \frac{Z_2(\text{大齿轮齿数})}{Z_1(\text{小齿轮齿数})} \geq 1$$

$[\sigma]_H$ - 齿轮许用接触应力

其它各参数意义同前

四、齿轮传动的强度计算说明

— 1、齿根弯曲疲劳强度计算

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} Y_{sa}}{[\sigma]_F}}$$

- $Y_{Fa} Y_{sa} / [\sigma_F] = \max(Y_{Fa1} Y_{sa1} / [\sigma_{F1}], Y_{Fa2} Y_{sa2} / [\sigma_{F2}])$ ，计算结果应圆整，且动力传动时一般取 $m \geq 1.5$ ；

四、齿轮传动的强度计算说明



在线开放课程

— 1、齿根弯曲疲劳强度计算

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{\phi_d m^3 z_1^2} Y_{Fa} Y_{sa} \leq [\sigma_F]$$

- 在齿宽系数、齿数、材料确定的情况下，影响弯曲强度的主要因素是模数；
 - 在满足弯曲强度的条件下齿数可适当多取。
 - » 传动平稳；
 - » 在中心距 a 一定时，齿数增多则模数减小，顶圆尺寸也随之减小，有利于节省材料和加工工时。

四、齿轮传动的强度计算说明

— 2、齿面接触疲劳强度计算

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \frac{u \pm 1}{u} \left(\frac{Z_E Z_H}{[\sigma_H]} \right)^2}$$

- 相互啮合的一对齿轮其齿面接触应力是相同的；
- 相互啮合的一对齿轮其许用接触应力一般不同，

$$[\sigma_H] = \min([\sigma_H]_1, [\sigma_H]_2)$$

四、齿轮传动的强度计算说明



在线开放课程

— 2、齿面接触疲劳强度计算

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \frac{u \pm 1}{u}} Z_E Z_H = \sqrt{\frac{2KT_1}{\phi_a d_1^3} \frac{u \pm 1}{u}} Z_E Z_H \leq [\sigma_H]$$

- 齿宽系数、齿数、材料确定的情况下，齿面接触疲劳强度与 d_1 或中心距 a 成正比，即与 mz 乘积成正比，而与 m 无关，模数 m 不能成为衡量齿轮接触强度的依据。

四、齿轮传动的强度计算说明

– 3、用设计公式初步计算时：

- 载荷系数中的 K_v 、 K_a 、 K_β 不能预先确定，可先试选一载荷系数 K_t 。
- 根据 K_t 算出 d_{1t} （或 m_{nt} ），用 d_{1t} 再查取 K_v 、 K_a 、 K_β 计算 K 。
 - 若 K 与 K_t 接近，则不必修改原设计；
 - 否则，修正原设计。

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} \quad m_n = m_{nt} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}}$$

- 1、轮齿受力分析
- 2、齿根弯曲疲劳强度计算
- 3、齿面接触疲劳强度计算
- 4、齿轮传动的强度计算说明