



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

非线性电路

非线性元件

主讲：蔡承才

本节将介绍非线性电路元件的相关知识，
主要包括：

非线性电阻定义和分类；

静态电阻、动态电阻；

非线性电阻的串并联；

非线性电容；

非线性电感。

引言

A.非线性电路

电路元件的参数随着电压或电流而变化,即电路元件的参数与电压或电流有关,就称为非线性元件,含有非线性元件的电路称为非线性电路。

B.研究非线性电路的意义

- ① 严格说,一切实际电路都是非线性电路。
- ② 许多非线性元件的非线性特征不容忽略,否则就将无法解释电路中发生的物理现象

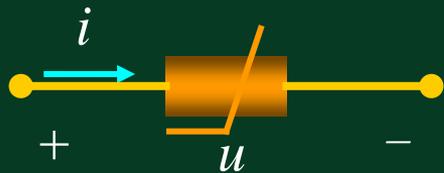
C.研究非线性电路的依据

分析非线性电路基本依据仍然是KCL、KVL和元件的伏安特性。

一、非线性电阻

1.非线性电阻

① 符号



② 伏安特性

非线性电阻元件的伏安特性不满足欧姆定律，而遵循某种特定的非线性函数关系。

$$\begin{cases} u = f(i) \\ i = g(u) \end{cases}$$

2.非线性电阻的分类

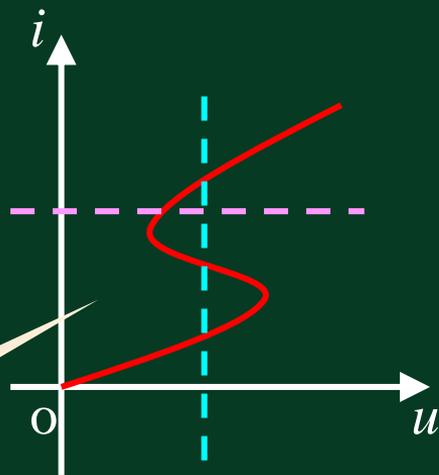
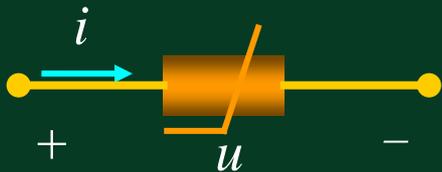
① **流控型电阻** → 电阻两端电压是其电流的单值函数。

$$u = f(i)$$



特点

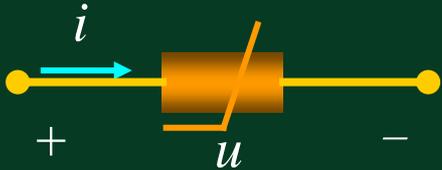
- a) 对每一电流值有唯一的电压与之对应。
- b) 对任一电压值则可能有多个电流与之对应。



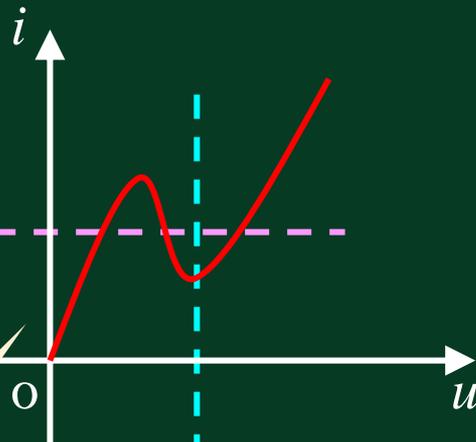
S形

② **压控型电阻** → 通过电阻的电流是其两端电压的单值函数。

$$i = g(u)$$



- a) 对每一电压值有唯一的电流与之对应。
- b) 对任一电流值则可能有多个电压与之对应。

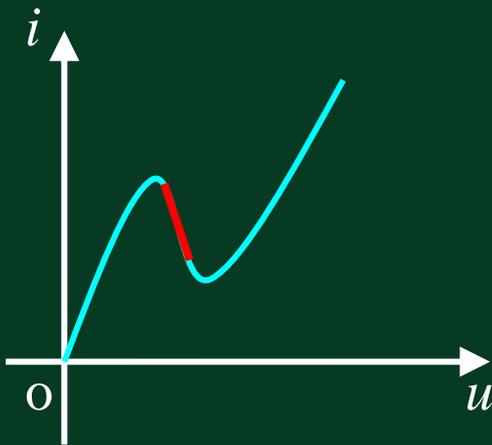
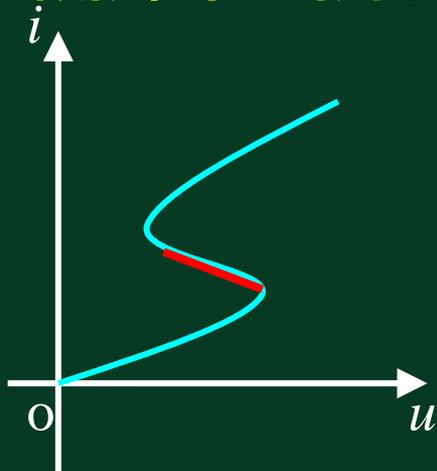


N形



注意

流控型和压控型电阻的伏安特性均有一段下倾段，在此段内电流随电压增大而减小。



③ 单调型电阻 → 电阻的伏安特性单调增长或单调下降。

例 p—n结二极管的伏安特性。

其伏安特性为：

$$i = I_s \left(e^{\frac{qu}{kT}} - 1 \right)$$

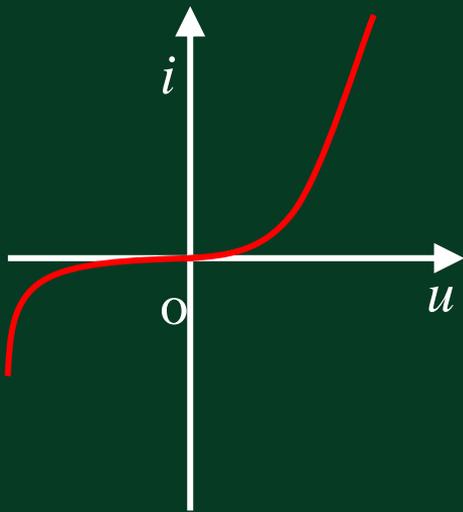
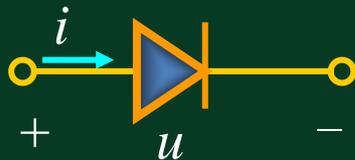
or
$$u = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{i}{I_s} + 1\right)$$



特点

① 具有单向导电性，可用于整流用。

② u 、 i 一一对应，既是压控型又是流控型。



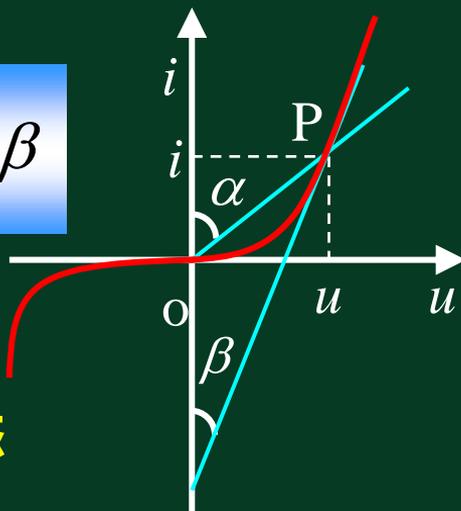
3.非线性电阻的静态电阻 R 和动态电阻 R_d

① 静态电阻 R →

非线性电阻在某一工作状态下(如P点)的电压值与电流值之比。

$$R = \frac{u}{i} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$R_d = \frac{du}{di} = \operatorname{tg} \beta$$



② 动态电阻 R_d →

非线性电阻在某一工作状态下(如P点)的电压对电流的导数。



注意

- ① 静态电阻与动态电阻都与工作点有关。当P点位置不同时， R 与 R_d 均变化。
- ② 对压控型和流控型非线性电阻，伏安特性曲线的下倾段 R_d 为负，因此，动态电阻具有“负电阻”性质。

例 一非线性电阻的伏安特性 $u = 100i + i^3$

(1) 求 $i_1 = 2\text{A}$ ， $i_2 = 10\text{A}$ 时对应的电压 u_1 ， u_2 ;

解

$$u_1 = 100i_1 + i_1^3 = 208\text{V}$$

$$u_2 = 100i_2 + i_2^3 = 2000\text{V}$$

一非线性电阻的伏安特性 $u = 100i + i^3$

(2) 求 $i = 2\cos(314t)2\text{A}$ 时对应的电压 u ;

解

$$u = 100i + i^3 = 200\cos 314t + 8\cos^3 314t$$

$$\because -\cos 3\theta = 3\cos\theta - 4\cos^3\theta$$

$$\begin{aligned} u &= 200\cos 314t + 6\cos 314t + 2\cos 942t \\ &= 206\sin 314t + 2\sin 942t \text{V} \end{aligned}$$



注电压 u 中含有3倍频分量, 因此利用非线性电阻可以产生频率不同于输入频率的输出。

(3) 设 $u_{12} = f(i_1 + i_2)$, 问是否有 $u_{12} = u_1 + u_2$?

解

$$u_{12} = 100(i_1 + i_2) + (i_1 + i_2)^3$$

一非线性电阻的伏安特性 $u = 100i + i^3$

$$\begin{aligned}u_{12} &= 100(i_1 + i_2) + (i_1^3 + i_2^3) + 3i_1i_2(i_1 + i_2) \\ &= u_1 + u_2 + 3i_1i_2(i_1 + i_2)\end{aligned}$$

→ $u_{12} \neq u_1 + u_2$

 **表明** 叠加定理不适用于非线性电路。

(4) **若忽略高次项，当 $i = 10\text{mA}$ 时，由此产生多大误差？**

解

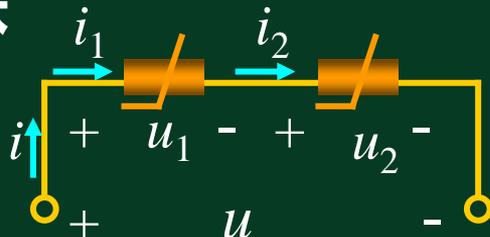
$$u = 100i + i^3 = 100 \times 0.01 + 0.01^3 = 1 + 10^{-6} \text{ V}$$

忽略高次项， $u' = 100 \times 0.01 = 1$

 **表明** 当输入信号很小时，把非线性问题线性化引起的误差很小。

3.非线性电阻的串联和并联

① 非线性电阻的串联

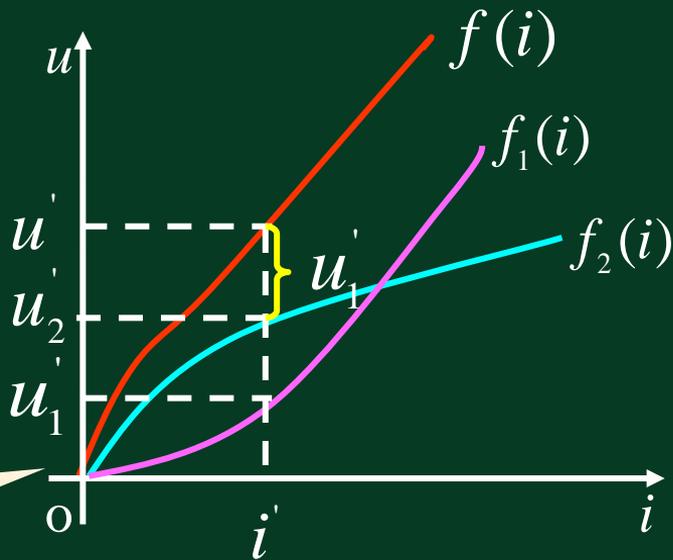


$$\begin{cases} i = i_1 = i_2 \\ u = u_1 + u_2 \end{cases}$$



$$u = f(i) = f_1(i) + f_2(i)$$

图解法

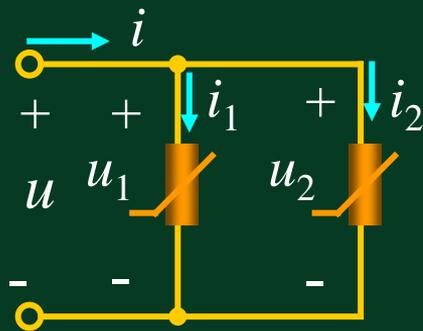


同一电流下
将电压相加

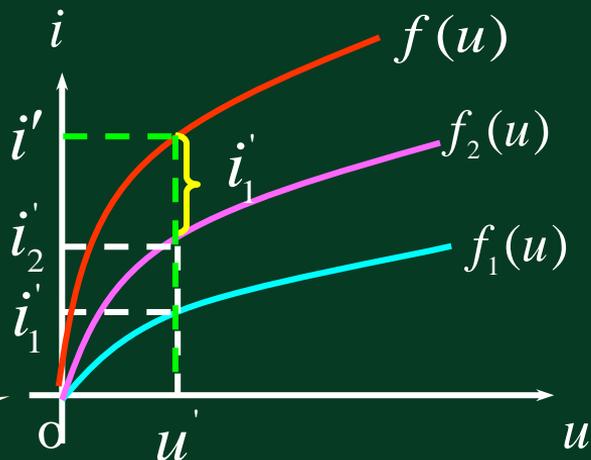
② 非线性电阻的并联

$$\begin{cases} i = i_1 + i_2 \\ u = u_1 = u_2 \end{cases}$$

$$\rightarrow i = f_1(u) + f_2(u)$$



图解法



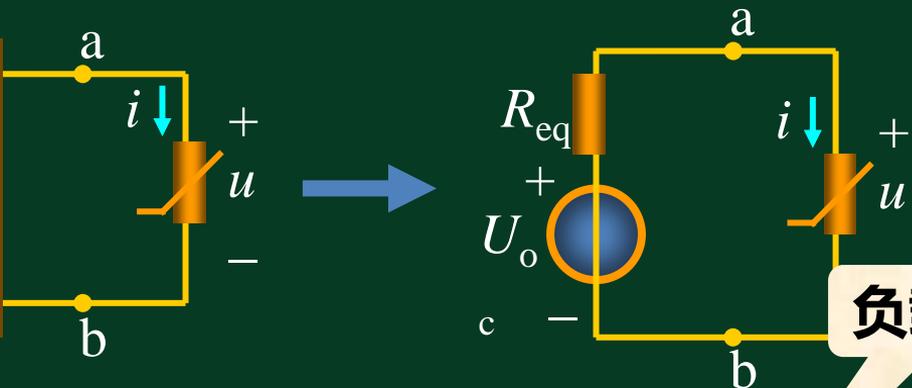
同一电压下
将电流相加

**注意**

- ① 只有所有非线性电阻元件的控制类型相同,才能得出其串联或并联等效电阻伏安特性的解析表达式。
- ② 流控型非线性电阻串联组合的等效电阻还是一个流控型的非线性电阻; 压控型非线性电阻并联组合的等效电阻还是一个压控型的非线性电阻。
- ③ 压控型和流控型非线性电阻串联或并联, 用图解方法可以获得等效非线性电阻的伏安特性。

4.含有一个非线性电阻元件电路的求解

线性
含源
电阻
网络

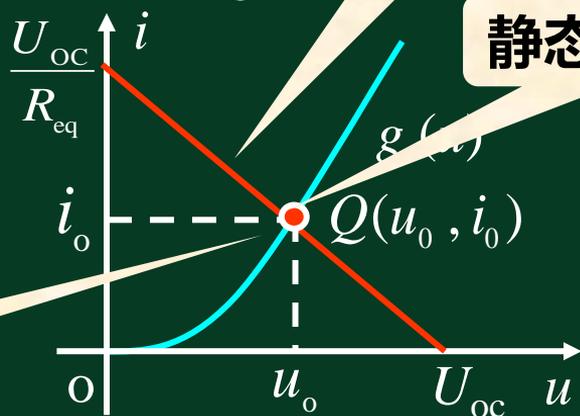


应用KVL得: $u = U_{OC} - R_{eq} i$

设非线性电阻的伏安特性为:

$$i = g(u)$$

解答



二、非线性电容、非线性电感

1.非线性电容

① 符号



② 库伏特性

非线性电容元件的库伏特性不是一条通过原点的直线，而遵循某种特定的非线性函数关系。

$$\begin{cases} q = f(u) \\ u = h(q) \end{cases}$$

③ 类型

电压控制型



电容的电荷是两端电压的单值函数。

电荷控制型



电容的电压是电荷的单值函数。

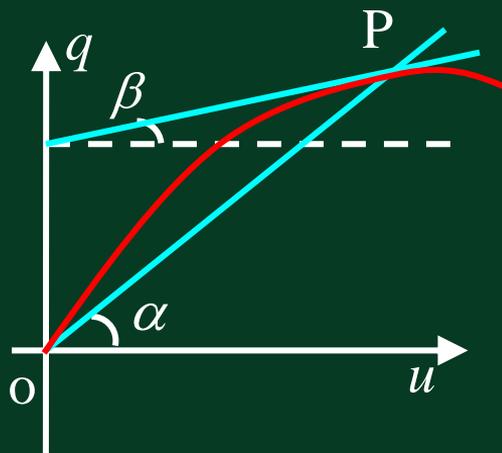
单调型



库伏特性在 $q \sim u$ 平面上单调增长或单调下降。

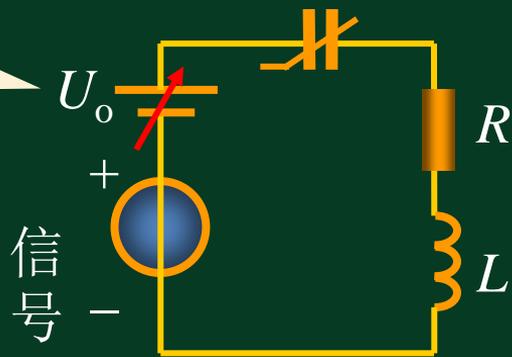
④ 静态电容 C 和动态电容 C_d

$$\begin{cases} C = \frac{q}{u} \\ C_d = \frac{dq}{du} \end{cases}$$

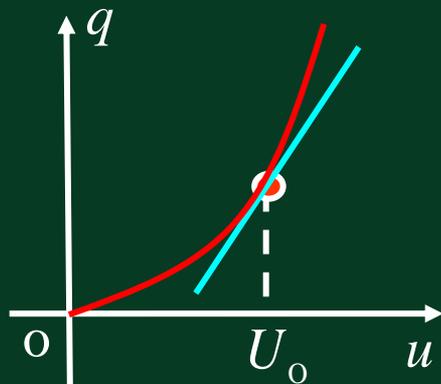


例 含有一非线性电容的协调电路，电容的库伏特性为： $q = ku^2/2$ ，试分析此电路的工作。

直流偏置电压



分析



$$\begin{cases} C = \frac{q}{u} = ku/2 \\ C_d = \frac{dq}{du} = ku \end{cases}$$

调节 U_0 ，可以改变电容的大小而达到谐调的目的。

2.非线性电感

① 符号



② 韦安特性

非线性电感元件的韦安特性不是一条通过原点的直线，而遵循某种特定的非线性函数关系。

$$\begin{cases} i = h(\psi) \\ \psi = h(i) \end{cases}$$

③ 类型

磁通控制型



电感的电流是磁通的单值函数。

电流控制型

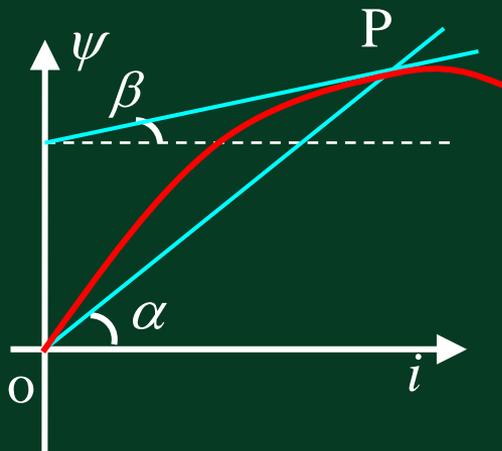

电感的磁通链是电流的单值函数。

单调型

 韦安特性在 $\psi \sim i$ 平面上单调增长或单调下降。

④ 静态电感 L 和动态电感 L_d

$$L = \frac{\psi}{i} \quad L_d = \frac{d\psi}{di}$$



本节小结

本节我们介绍非线性电路元件的相关内容，
要求掌握：

非线性电阻定义，符合和VCR方程；

静态电阻、动态电阻的计算；

非线性电阻的串并联计算；

非线性电容电感的概念。