



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

非正弦周期电流电路  
和信号的频谱

非正弦周期电流电  
路的计算

主讲：蔡承才

本节我们将利用实例进行非正弦周期  
电流电路的计算，主要包括：

谐波分析法。

# 1. 计算步骤

- ① 利用傅里叶级数，将非正弦周期函数展开成若干种频率的谐波信号；
- ② 对各次谐波分别应用相量法计算；（注意：交流各谐波的  $X_L$ 、 $X_C$  不同，对直流  $C$  相当于开路、 $L$  相于短路。）
- ③ 将以上计算结果转换为瞬时值迭加。

## 2. 计算举例

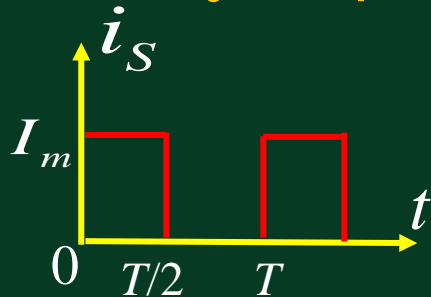
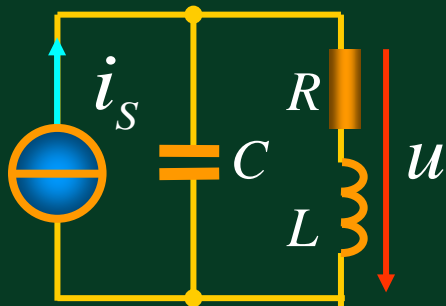
例 方波信号激励的电路。求  $u$ , 已知:

$$R = 20\Omega、L = 1\text{mH}、C = 1000\text{pF}$$

$$I_m = 157\mu\text{A}、T = 6.28\mu\text{s}$$

解 (1) 方波信号的展开式为:

$$i_s = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$$



代入已知数据:

$$I_m = 157\mu\text{A}, T = 6.28\mu\text{s}$$

**直流分量:**

$$I_0 = \frac{I_m}{2} = \frac{157}{2} = 78.5 \mu\text{A}$$

**基波最大值:**

$$I_{1m} = \frac{2I_m}{\pi} = \frac{2 \times 1.57}{3.14} = 100 \mu\text{A}$$

**三次谐波最大值:**

$$I_{3m} = \frac{1}{3} I_{1m} = 33.3 \mu\text{A}$$

**五次谐波最大值:**

$$I_{5m} = \frac{1}{5} I_{1m} = 20 \mu\text{A}$$

**角频率:**

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{6.28 \times 10^{-6}} = 10^6 \text{ rad/s}$$

## 电流源各频率的谐波分量为：

$$I_{s0} = 78.5 \mu\text{A} \quad i_{s1} = 100 \sin 10^6 t \mu\text{A}$$

$$i_{s3} = \frac{100}{3} \sin 3 \cdot 10^6 t \mu\text{A} \quad i_{s5} = \frac{100}{5} \sin 5 \cdot 10^6 t \mu\text{A}$$

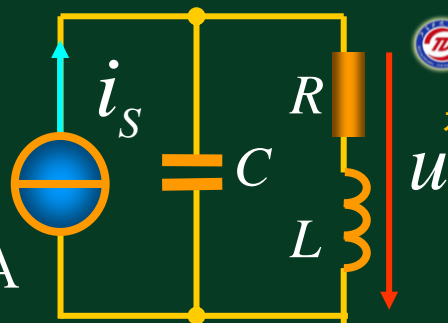
## (2) 对各次谐波分量单独计算：

### (a) 直流分量 $I_{s0}$ 作用

$$I_{s0} = 78.5 \mu\text{A}$$

电容断路，电感短路

$$U_0 = RI_{s0} = 20 \times 78.5 \times 10^{-6} = 1.57 \text{mV}$$



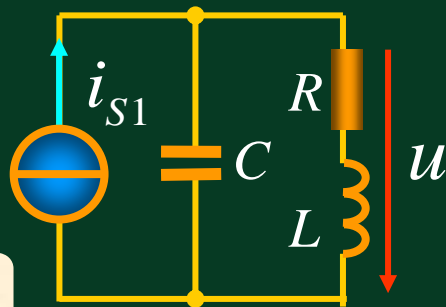
**(b)基波作用**

$$i_{s1} = 100 \sin 10^6 t \text{ } \mu\text{A}$$

$$-\frac{1}{\omega_1 C} = \frac{1}{10^6 \times 1000 \times 10^{-12}} = -1\text{k}\Omega$$

$$\omega_1 L = 10^6 \times 10^{-3} = 1\text{k}\Omega$$

$$X_L \gg R$$



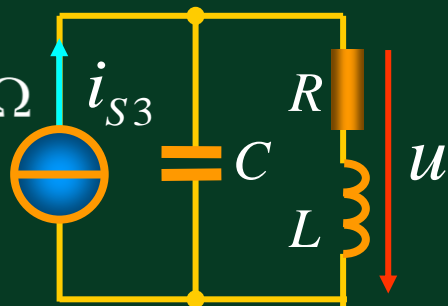
$$Z(\omega_1) = \frac{(R + jX_L) \cdot (jX_C)}{R + j(X_L + X_C)} \approx -\frac{X_L X_C}{R} = \frac{L}{RC} = 50\text{k}\Omega$$

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot Z(\omega_1) = \frac{100 \times 10^{-6}}{\sqrt{2}} \cdot 50 = \frac{5000}{\sqrt{2}} \text{ mV}$$

(c) 三次谐波作用  $i_{s3} = \frac{100}{3} \sin 3 \cdot 10^6 t \mu\text{A}$

$$-\frac{1}{3\omega_1 C} = -\frac{1}{3 \times 10^6 \times 1000 \times 10^{-12}} = -0.33 \text{k}\Omega$$

$$3\omega_1 L = 3 \times 10^6 \times 10^{-3} = 3 \text{k}\Omega$$



$$Z(3\omega_1) = \frac{(R + jX_{L3})(-jX_{C3})}{R + j(X_{L3} - X_{C3})} = 374.5 \angle -89.19^\circ \Omega$$

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_{s3} \cdot Z(3\omega_1) = 33.3 \times \frac{10^{-6}}{\sqrt{2}} \times 374.5 \angle -89.19^\circ$$

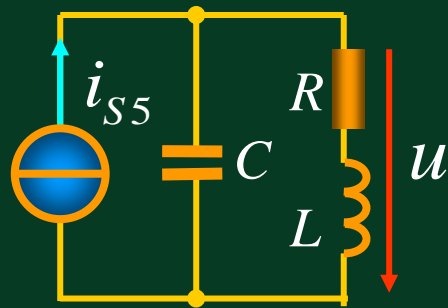
$$= \frac{12.47}{\sqrt{2}} \angle -89.2^\circ \text{mV}$$



(d)五次谐波作用  $i_{s5} = \frac{100}{5} \sin 5 \cdot 10^6 t \text{ } \mu\text{A}$

$$-\frac{1}{5\omega_1 C} = -\frac{1}{5 \times 10^6 \times 1000 \times 10^{-12}} = -0.2 \text{ k}\Omega$$

$$5\omega_1 L = 5 \times 10^6 \times 10^{-3} = 5 \text{ k}\Omega$$



$$Z(5\omega_1) = \frac{(R + jX_{L5})(-jX_{C5})}{R + j(5X_{L5} - X_{C5})} = 208.3 \angle -89.53^\circ \Omega$$

$$\dot{U}_5 = \dot{I}_{s5} \cdot Z(5\omega_1) = 20 \times 10^{-6} / \sqrt{2} \cdot 208.3 \angle -89.53^\circ$$

$$= \frac{4.166}{\sqrt{2}} \angle -89.53^\circ \text{ mV}$$

### (3)各谐波分量计算结果瞬时值迭加:

$$U_0 = 1.57 \text{ mV} \quad \dot{U}_3 = \frac{12.47}{\sqrt{2}} \angle -89.2^\circ \text{ mV}$$

$$\dot{U}_1 = \frac{5000}{\sqrt{2}} \text{ mV} \quad \dot{U}_5 = \frac{4.166}{\sqrt{2}} \angle -89.53^\circ \text{ mV}$$

$$\begin{aligned} u &\approx U_0 + u_1 + u_3 + u_5 \\ &= 1.57 + 5000 \sin \omega t \\ &\quad + 12.47 \sin(3\omega t - 89.2^\circ) \\ &\quad + 4.166 \sin(5\omega t - 89.53^\circ) \text{ mV} \end{aligned}$$

## 本节小结



在线开放课程

本节我们介绍了非正弦周期电流电路的计算，要求掌握谐波分析法的计算原则。