石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

正弦交流电路

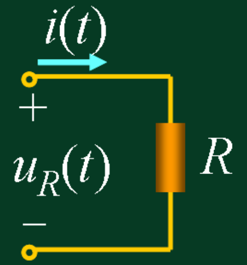
电路定律的相量形式

主讲 ： 薛强

本节内容

- 电阻元件VCR的相量形式
- 电感元件VCR的相量形式
- 电容元件VCR的相量形式
- 基尔霍夫定律的相量形式

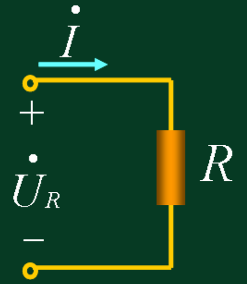
一. 电阻元件VCR方程的相量形式



时域形式：$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\Psi_i)$

$$u_R(t)=Ri(t)=\sqrt{2}\underbrace{RI}_{U_R}\cos(\omega t+\underbrace{\Psi_i}_{\Psi_u})$$

相量形式：$\dot{I}=I\angle\Psi_i \quad \dot{U}_R=RI\angle\Psi_i$



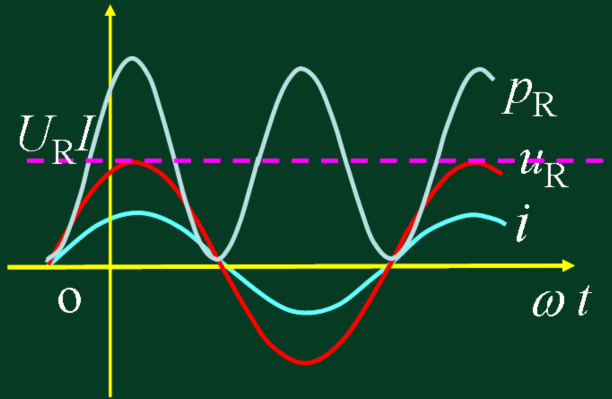
相量模型

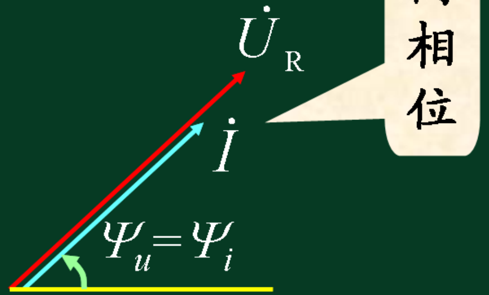
相量关系：$\boxed{\dot{U}_R=R\dot{I}}$

$$\Rightarrow\begin{cases} U_R=RI & \text{有效值关系} \\ \Psi_u=\Psi_i & \text{相位关系} \end{cases}$$

一. 电阻元件VCR方程的相量形式

波形图及相量图





瞬时功率

$$p_R = u_R i \;= U_R I[1 + \cos 2(\omega t + \Psi_i)]$$

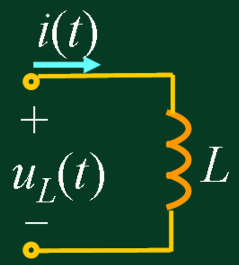
$$= \sqrt{2} U_R \sqrt{2} I \cos^2(\omega t + \Psi_i)$$

瞬时功率以2ω交变，始终大于零，表明电阻始终吸收功率

二. 电感元件VCR方程的相量形式

石家莊鐵道大學 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

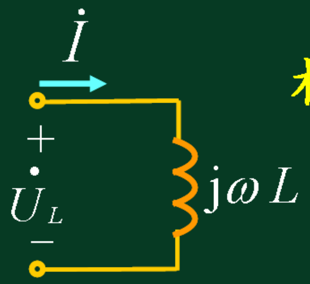


时域形式： $i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$

$$u_L(t)=L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}=-\sqrt{2}\omega L I\sin(\omega t+\Psi_i)$$

$$=\sqrt{2}\omega L I\cos(\omega t+\Psi_i+\frac{\pi}{2})$$

相量形式： $\dot{I}=I\angle\Psi_i$ $\quad \dot{U}_L=\omega LI\angle\Psi_i+\pi/2$



相量模型

相量关系： $\boxed{\dot{U}_L=\mathrm{j}\omega L\dot{I}=\mathrm{j}X_L\dot{I}}$

$$\begin{cases}\text{有效值关系：} & U=\omega L I\\ \text{相位关系：} & \Psi_u=\Psi_i+90^\circ\end{cases}$$

二. 电感元件VCR方程的相量形式

感抗和感纳

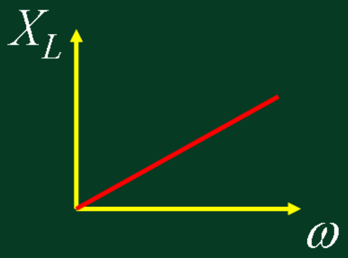
$X_L=\omega L=2\pi fL$，称为感抗，单位为Ω（欧姆）

$B_L=-1/\omega L=-1/2\pi fL$，称为感纳，单位为 S

感抗的性质

①表示限制电流的能力；

②感抗和频率成正比。



$\omega=0$(直流), $X_L=0$, 短路;

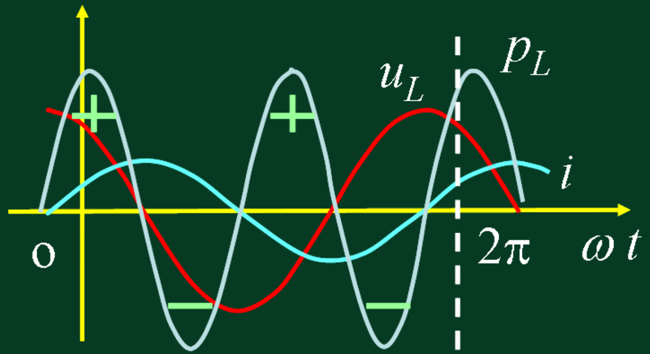
$\omega\to\infty$, $X_L\to\infty$, 开路;

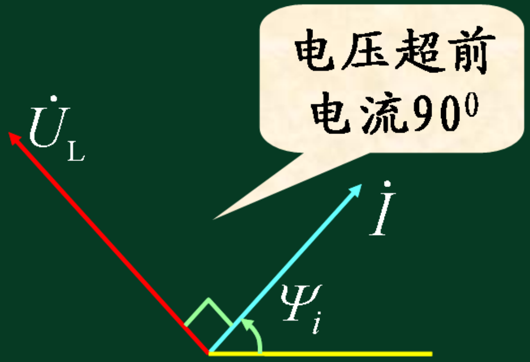
相量表达式

$$\begin{cases} \dot{U}=\mathrm{j}X_L\dot{I}=\mathrm{j}\omega L\dot{I}, \\ \dot{I}=\mathrm{j}B_L\dot{U}=\mathrm{j}\dfrac{-1}{\omega L}\dot{U}=\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L}\dot{U} \end{cases}$$

二. 电感元件VCR方程的相量形式

波形图及相量图



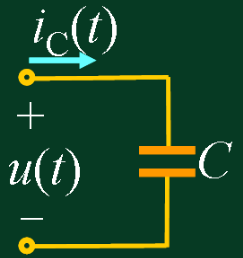


功率 $p_L = u_L i = U_{Lm} I_m \cos(\omega t + \Psi_i) \sin(\omega t + \Psi_i)$

$$= U_L I \sin 2(\omega t + \Psi_i)$$

瞬时功率以2ω交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消，表明电感只储能不耗能。

三. 电容元件VCR方程的相量形式

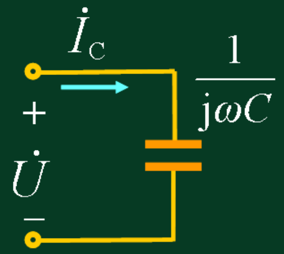


时域形式：$u(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\Psi_u)$

$$i_C(t)=C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}=-\sqrt{2}\omega CU\sin(\omega t+\Psi_u)$$

$$=\sqrt{2}\omega CU\cos(\omega t+\Psi_u+\frac{\pi}{2})$$

相量形式：$\dot{U}=U\angle\Psi_u$ $\dot{I}_C=\omega CU\angle\Psi_u+\pi/2$



相量模型

相量关系：$\boxed{\dot{U}=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}=\mathrm{j}X_C\dot{I}}$

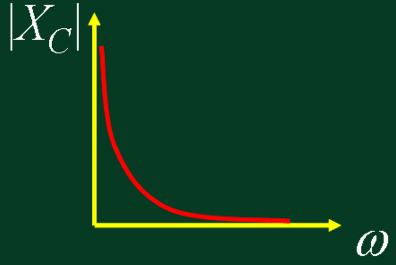
$$\begin{cases}\text{有效值关系：} & I_C=\omega CU \\ \text{相位关系：} & \Psi_i=\Psi_u+90^\circ\end{cases}$$

三.电容元件VCR方程的相量形式

容抗与容纳

$X_C = -1/\omega C$，　称为容抗，单位为 Ω(欧姆)

$B_C = \omega C$，　称为容纳，单位为 S



容抗和频率成反比

$\omega \to 0$，$|X_C| \to \infty$ 直流开路(隔直)

$\omega \to \infty$，$|X_C| \to 0$ 高频短路

相量表达式

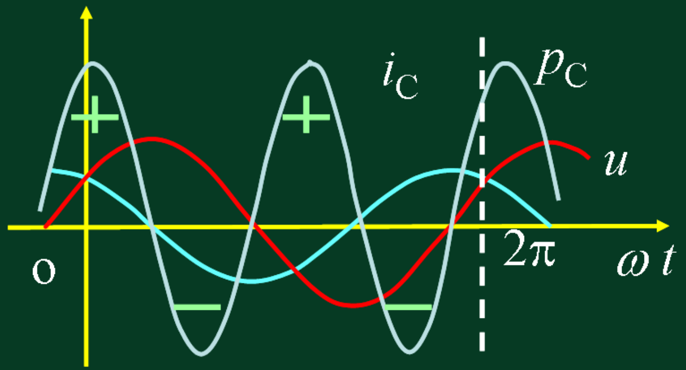
$$\dot{U} = jX_C\dot{I} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

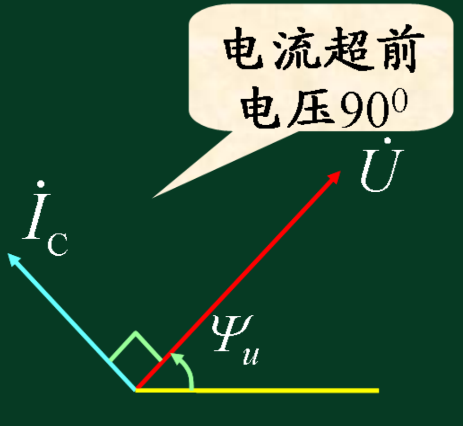
$$\dot{I} = jB_C\dot{U} = j\omega C\dot{U}$$

三. 电容元件VCR方程的相量形式

石家庄铁道大学
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY
在线开放课程

波形图及相量图





功率

$$p_C = ui_C = 2UI_C\cos(\omega t+\Psi_u)\sin(\omega t+\Psi_u)$$
$$= UI_C\sin 2(\omega t+\Psi_u)$$

瞬时功率以2ω交变，有正有负，一周期内刚好互相抵消，表明电容只储能不耗能。

四. 基尔霍夫定律的相量形式

同频率的正弦量加减可以用对应的相量形式来进行计算。因此，在正弦电流电路中，KCL和KVL可用相应的相量形式表示：

$$\sum i(t)=0 \longrightarrow \sum i(t)=\sum \mathrm{Re}\sqrt{2}\left[\dot{I}_1+\dot{I}_2+\cdots\right]e^{j\omega t}=0$$

$$\longrightarrow \sum \dot{I}=0$$

$$\sum u(t)=0 \longrightarrow \sum \dot{U}=0$$

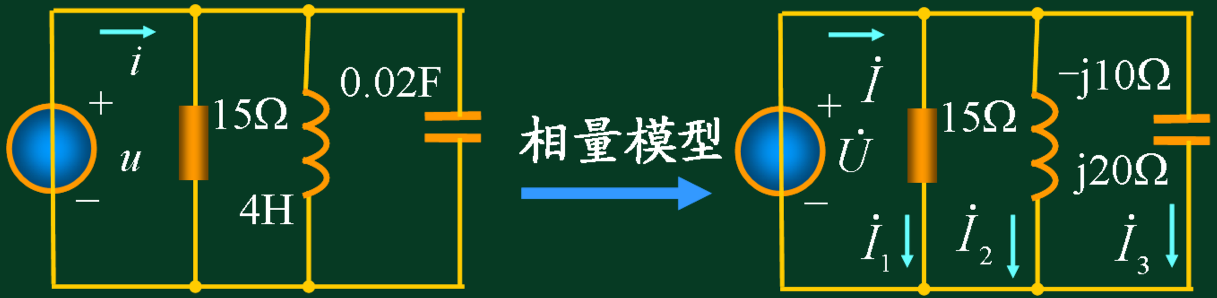
表明 流入某一结点的所有正弦电流用相量表示时仍满足KCL；而任一回路所有支路正弦电压用相量表示时仍满足KVL。

四. 基尔霍夫定律的相量形式

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

例 已知 $u(t)=120\sqrt{2}\cos(5t)$，求：$i(t)$



解

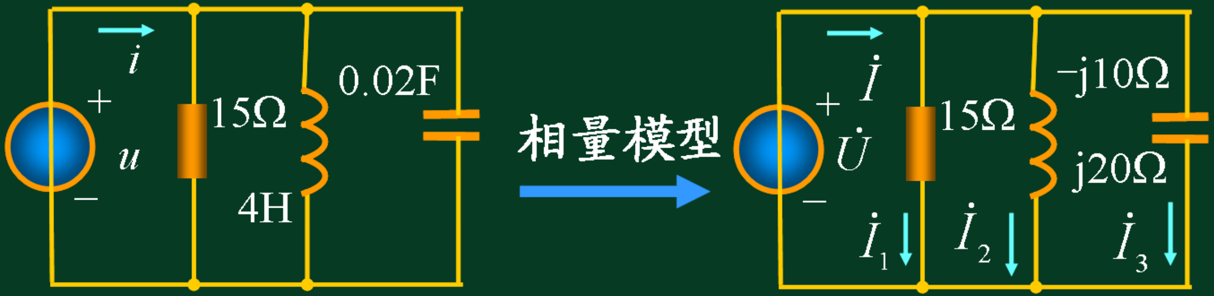
$$\dot{U}=120\angle 0^0$$

$$\mathrm{j}X_L=\mathrm{j}4\times 5=\mathrm{j}20\Omega$$

$$\mathrm{j}X_C=-\mathrm{j}\frac{1}{5\times 0.02}=-\mathrm{j}10\Omega$$

四. 基尔霍夫定律的相量形式

例 已知 $u(t)=120\sqrt{2}\cos(5t)$,求:$i(t)$



解

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_L+\dot{I}_C=\frac{\dot{U}}{R}+\frac{\dot{U}}{jX_L}+\frac{\dot{U}}{jX_C}$$

$$=120\left(\frac{1}{15}+\frac{1}{j20}-\frac{1}{j10}\right)$$

$$=8-j6+j12=8+j6=10\angle 36.9^0\,\text{A}$$

$$i(t)=10\sqrt{2}\cos(5t+36.9^0)\,\text{A}$$

小结

- 电阻元件VCR的相量形式
- 电感元件VCR的相量形式
- 电容元件VCR的相量形式
- 基尔霍夫定律的相量形式