



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

正弦交流电路

RLC串联谐振

主讲：薛强

本节内容



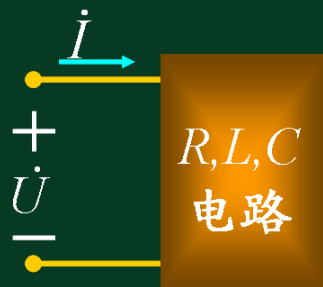
在线开放课程

- 谐振的定义
- 串联谐振的条件
- RLC串联电路谐振时的特点



一. 谐振的定义

含 R 、 L 、 C 的一端口电路，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振。



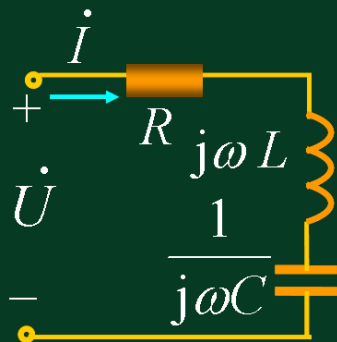
$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = R$$

发生
谐振

二. 串联谐振的条件

$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(X_L + X_C)$$

$$= R + jX$$



当 $X=0 \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$ 时，电路发生谐振。

谐振条件

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振角频率

仅与电路参数有关

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

谐振频率

二. 串联谐振的条件

串联电路实现谐振的方式:

(1) LC 不变, 改变 ω

ω_0 由电路参数决定, 一个 RLC 串联电路只有一个对应的 ω_0 , 当外加电源频率等于谐振频率时, 电路发生谐振。

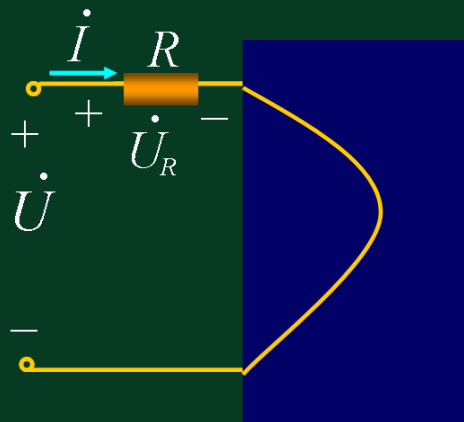
(2) 电源频率不变, 改变 L 或 C (常改变 C)。

三. 串联谐振的特点

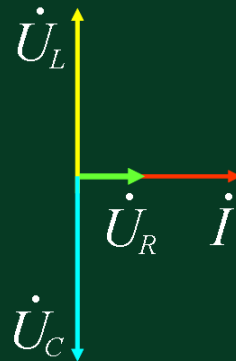
(1). 谐振时 \dot{U} 与 \dot{I} 同相.

入端阻抗为纯电阻, 即 $Z=R$, 阻抗值 $|Z|$ 最小。

电流 I 和电阻电压 U_R 达到最大值 $I_0=U/R$ (U 一定)。



$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_L + \dot{U}_C = 0 \\ X = 0 \end{array} \right.$$



三. 串联谐振的特点

(2) LC 上的电压大小相等，相位相反，串联总电压为零，也称电压谐振，即

$$\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0, LC \text{ 相当于短路。}$$

电源电压全部加在电阻上, $\dot{U}_R = \dot{U}$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_L &= j\omega_0 L \dot{I} = j\omega_0 L \frac{\dot{U}}{R} = jQ\dot{U} \\ \dot{U}_C &= -j \frac{\dot{I}}{\omega_0 C} = -j\omega_0 L \frac{\dot{U}}{R} = -jQ\dot{U} \end{aligned} \right\} |\dot{U}_L| = |\dot{U}_C| = QU$$

特性阻抗

品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R}$$

三. 串联谐振的特点

(3) 谐振时出现过电压

当 $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) \gg R$ 时, $Q \gg 1$

$$U_L = U_C = QU \gg U$$

(4) 谐振时的功率

$$P = UI \cos \varphi = UI = RI_0^2 = U^2/R,$$

电源向电路输送电阻消耗的功率, 电阻功率达最大。

$$Q = UI \sin \varphi = Q_L + Q_C = 0$$

$$Q_L = \omega_0 LI_0^2, \quad Q_C = -\frac{1}{\omega_0 C} I_0^2 = -\omega_0 LI_0^2$$

三. 串联谐振的特点

(5) 谐振时的能量关系

①电感和电容能量按正弦规律变化，最大值相等

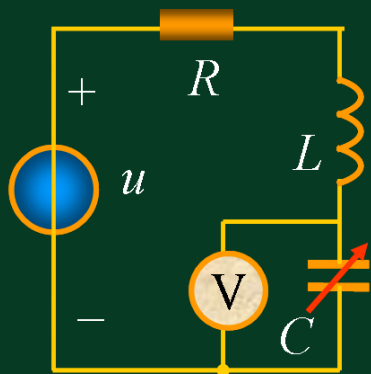
$W_{Lm} = W_{Cm}$ 。L、C的电场能量和磁场能量作周期振荡性的交换，而不与电源进行能量交换。

②总能量是不随时间变化的常量，且等于最大值。

$$W_{\text{总}} = W_L + W_C = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_{Cm}^2 = CQ^2U^2$$

三. 串联谐振的特点

例



一接收器的电路参数为： $U=10\text{V}$
 $\omega=5\times 10^3\text{ rad/s}$ ，调 C 使电路中的
 电流最大， $I_{\max}=200\text{mA}$ ，测得
 电容电压为 600V ，求 R 、 L 、 C
 及 Q 。

解

$$R = \frac{U}{I_0} = \frac{10}{200 \times 10^{-3}} = 50\Omega$$

$$U_c = QU \Rightarrow Q = \frac{U_c}{U} = \frac{600}{10} = 60$$

$$L = \frac{RQ}{\omega_0} = \frac{50 \times 60}{5 \times 10^3} = 60\text{mH} \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 6.67\mu\text{F}$$

小结



在线开放课程

- 谐振的定义
- 串联谐振的条件
- RLC串联电路谐振时的特点

