石家莊鐵道大学
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

暂态电路

一阶电路全响应

主讲 ： 薛强

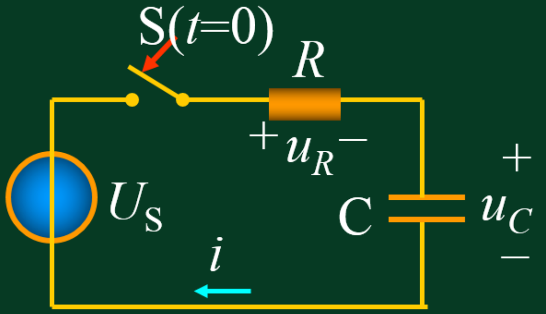
本节内容

- 全响应的概念
- 全响应的两种分解方式
- 三要素法分析一阶电路

一. 全响应的概念

全响应 电路的初始状态不为零，同时又有外加激励源作用时电路中产生的响应。

以RC电路为例，电路微分方程：



$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S$$

解答为：$u_C(t)=u_C'+u_C''$

$$\begin{cases}\text{特解} & u_C'=U_S\\ \text{通解} & u_C''=Ae^{-\frac{t}{\tau}}\end{cases}\qquad \tau=RC$$

一. 全响应的概念

由初始值定A

$$u_C(0_-)=U_0$$

$$u_C(0_+)=A+U_S=U_0 \qquad \therefore A=U_0-U_S$$

$$u_C=U_S+Ae^{\frac{-t}{\tau}}=U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t\geq 0$$

强制分量(稳态解)

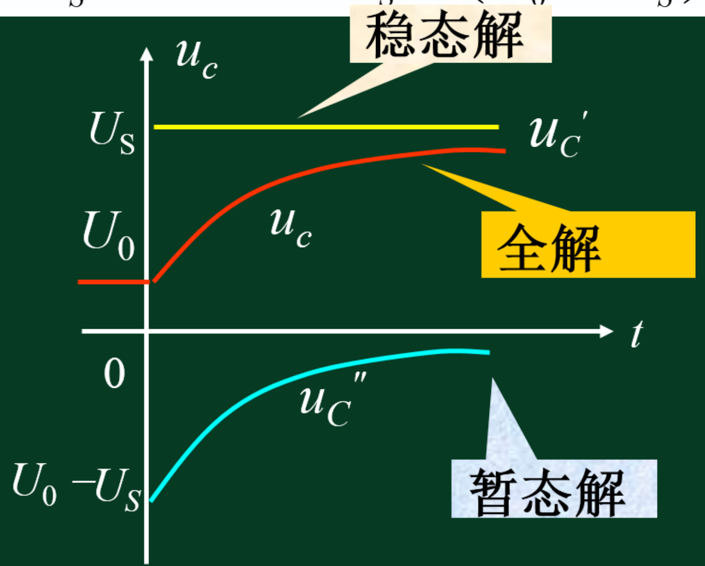
自由分量(暂态解)

二. 全响应的两种分解方式

①着眼于电路的两种工作状态 → 物理概念清晰

全响应 ＝ 强制分量(稳态解)+自由分量(暂态解)

$$u_C = U_S + Ae^{\frac{-t}{\tau}} = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad t \geq 0$$



二. 全响应的两种分解方式

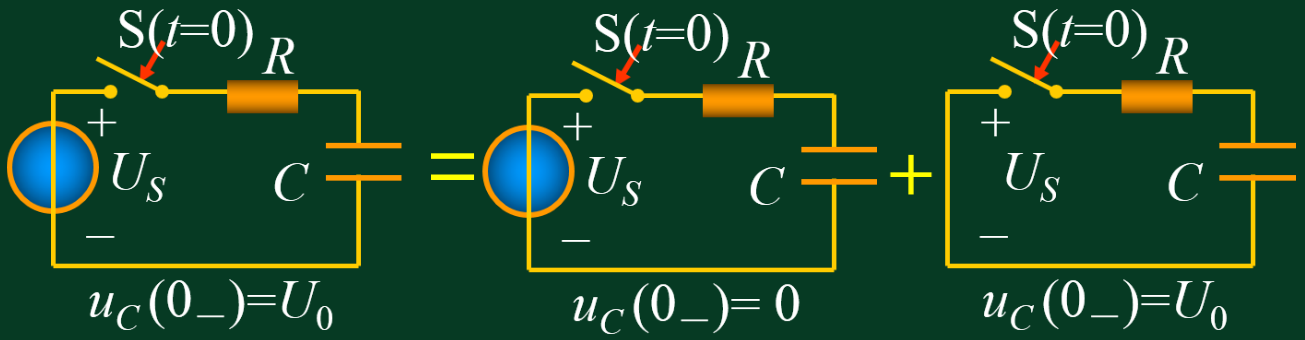
②着眼于因果关系 → 便于叠加计算

$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t \geq 0)$$

零状态响应

零输入响应

全响应 ＝ 零状态响应 ＋ 零输入响应

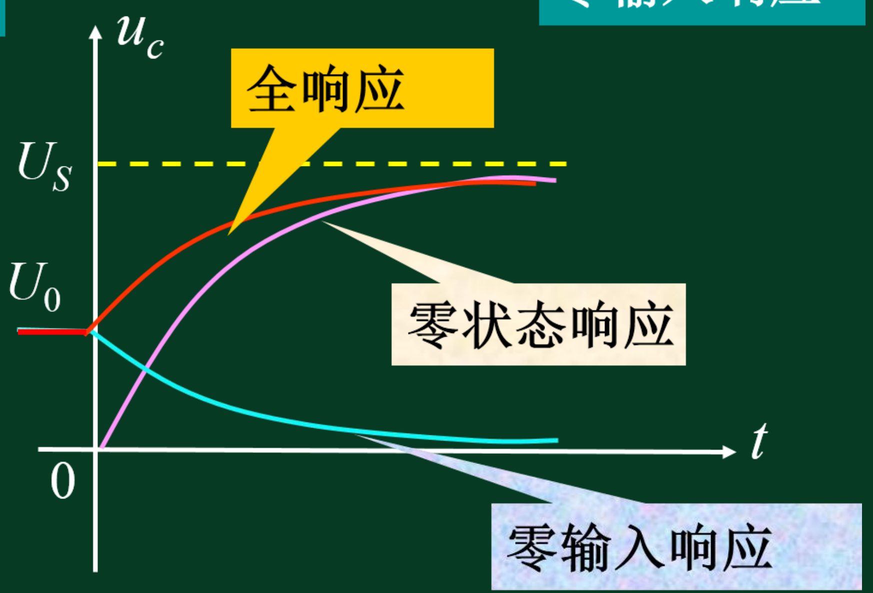


二. 全响应的两种分解方式

$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (t \geq 0)$$

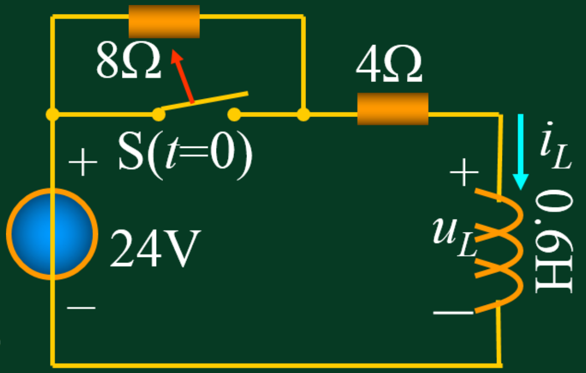
零状态响应

零输入响应



二. 全响应的两种分解方式

例 t=0 时，开关k打开，求t >0后的i_L。



解 这是RL电路全响应问题，

有： $i_L(0^-) = i_L(0^+)$

$= 24/4 = 6\text{A}$

$$\tau = L/R = 0.6/12 = 1/20\text{s}$$

零输入响应：$i'_L(t) = 6e^{-20t}\text{A}$

零状态响应：$i''_L(t) = \dfrac{24}{12}(1 - e^{-20t})\text{A}$

全响应： $i_L(t) = 6e^{-20t} + 2(1 - e^{-20t}) = 2 + 4e^{-20t}\text{A}$

三. 三要素法分析一阶电路

一阶电路的数学模型是一阶线性微分方程：

$$a\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}+bf=c$$

特解

其解答一般形式为：$f(t)=f'(t)+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

令 $t=0_+$　$f(0_+)=f'(t)\big|_{0_+}+A$

$$\rightarrow\quad A=f(0_+)-f'(t)\big|_{0_+}$$

$$f(t)=f'(t)+[f(0_+)-f'(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

三. 三要素法分析一阶电路

$$f(t)=f'(t)+[f(0_+)-f'(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

直流激励时： $f'(t)=f'(0_+)=f(\infty)$

$$\rightarrow\quad f(t)=f(\infty)+[\overbrace{f(0_+)-f(\infty)}^{A}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

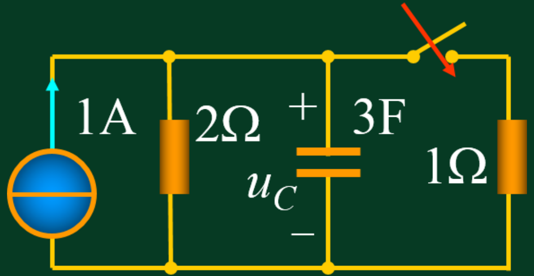
三要素

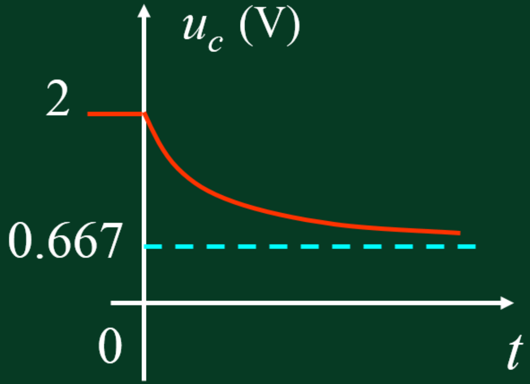
- $f(\infty)$ 稳态解 → 用$t\to\infty$的稳态电路求解
- $f(0_+)$ 初始值 → 用0_+等效电路求解
- τ 时间常数

注意 分析一阶电路问题转为求解电路的三个要素的问题。

三. 三要素法分析一阶电路

例 已知：t=0 时合开关，求换路后的$u_C(t)$





解 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 2\text{V}$

$u_C(\infty) = (2//1)\times 1 = 0.667\text{V}$ $\quad \tau = R_{\text{eq}}C = \dfrac{2}{3}\times 3 = 2\,\text{s}$

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C = 0.667 + (2-0.667)e^{-0.5t} = 0.667 + 1.33e^{-0.5t} \quad t \ge 0$$

小结

- 全响应的概念
- 全响应的两种分解方式
- 三要素法分析一阶电路