



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

# 钢结构设计原理

## 梁

# 梁的刚度和整体 稳定性 (1)

主讲：高伟

# 目录



在线开放课程

- 一、梁的刚度计算
- 二、梁的整体稳定性（一）



## 一、刚度

$$v \leq [v_T] \text{ 及 } [v_Q]$$

$v$  —— 梁的最大挠度，按荷载标准值计算。

$[v_T], [v_Q]$  —— 分别为全部荷载下和可变荷载下  
受弯构件挠度限值，按规范取。

对于的算法可用材料力学算法解出，也可用简便算法。

等截面简支梁：

$$\frac{v}{l} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k l^3}{EI_x} = \frac{5}{48} \times \frac{1}{8} \frac{q_k l^2 \bullet l}{EI_x}$$

$$\frac{v}{l} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{xk} l}{EI_x} \leq \frac{[v]}{l}$$

一、某焊接组合工字形梁截面尺寸如图1所示，已知：钢材Q235B，设计强度  $f = 215$  N/mm<sup>2</sup>， $f_v = 125$  N/mm<sup>2</sup>， $\gamma_x = 1.05$ ，挠度容许值  $[v] = l/400$ ，弹性模量  $E = 206000$  N/mm<sup>2</sup>。

已知该梁顶面上作用方向向下的均布荷载，其中永久荷载标准值20kN/m，可变荷载标准值为42kN/m，永久荷载分项系数为1.2，可变荷载分项系数为1.4，**试验算该梁的抗弯强度、抗剪强度和刚度。**

## (1) 求荷载

$$q_k = 20 + 42 = 62 \text{ kN/m}$$

$$q = 1.2 \times 20 + 1.4 \times 42 = 82.8 \text{ kN/m}$$

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \times 82.8 \times 12^2 = 1490.4 \text{ kNm}$$

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \times 82.8 \times 12 = 496.8 \text{ kN}$$

## (2) 求几何特性

## (2) 求几何特性

$$I_x = \frac{8 \times 1000^3}{12} + 2 \times 400 \times 16 \times 508^2$$

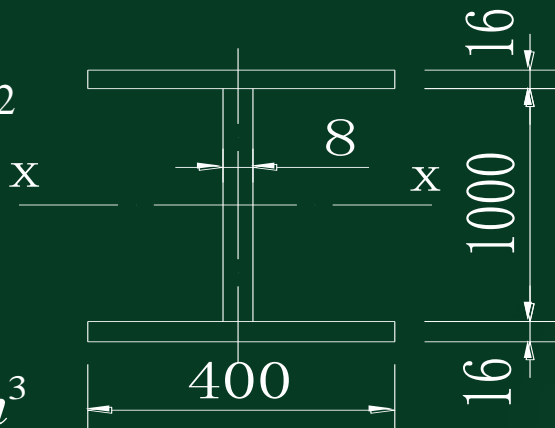
$$= 3.97 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

$$W_x = \frac{3.97 \times 10^9}{516} = 7694000 \text{ mm}^3$$

$$S_{\max} = 400 \times 15 \times 508 + 500 \times 8 \times 250$$

$$= 4.2512 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

$$S_1 = 400 \times 15 \times 508 = 3.2512 \times 10^6 \text{ mm}^3$$



### (3) 正应力验算

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{\gamma_x W_x} = \frac{1490.4 \times 10^6}{1.05 \times 7694 \times 10^3} = 184.5 \text{ N/mm}^2$$

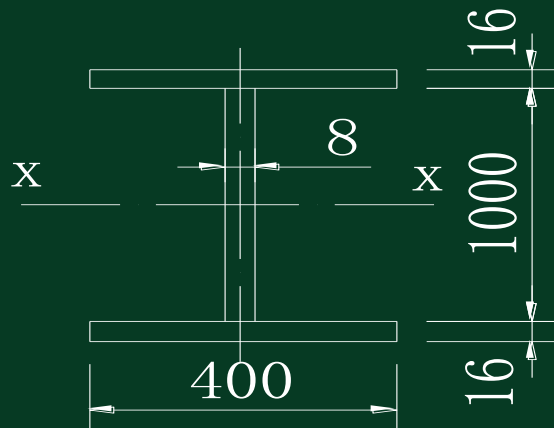
### (4) 剪应力验算 $< 215 \text{ N/mm}^2$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{V_{\max} S_{\max}}{I_x t_w} = \frac{496800 \times 4.2512 \times 10^6}{3.97 \times 8 \times 10^9} \\ &= 66.5 \text{ N/mm}^2 < 125 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$



## (5) 刚度验算

主梁跨中最大挠度



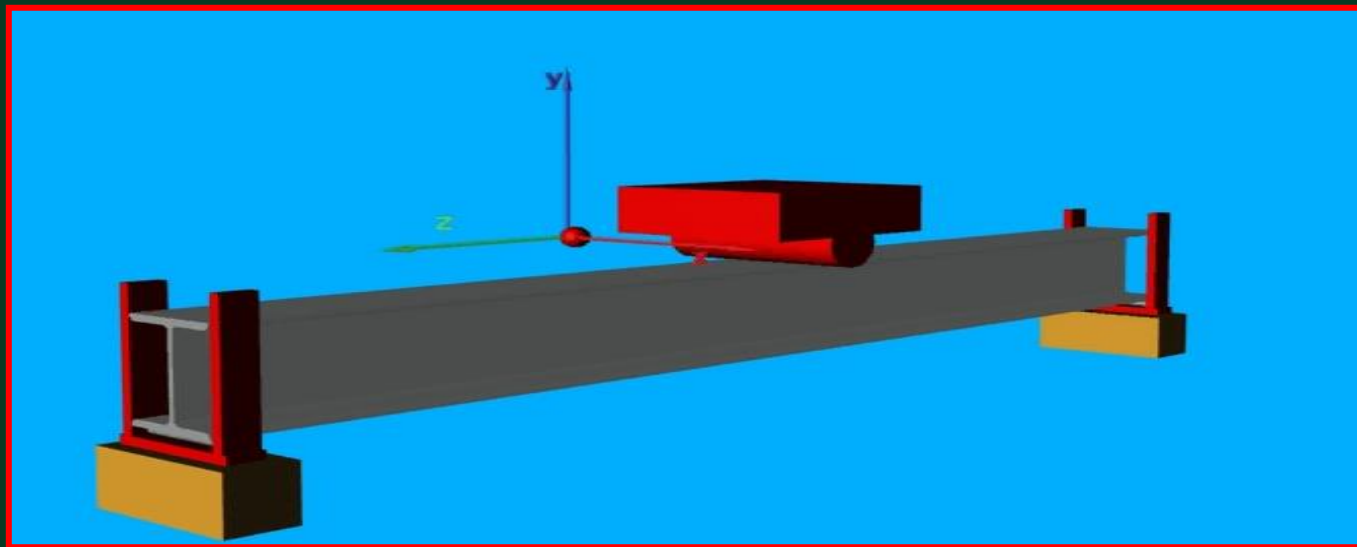
$$V = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5 \times 62 \times 12000^4}{384 \times 206000 \times 3.97 \times 10^9} = 20.5 \text{ mm}$$

$$\langle [v] \rangle = l/400 = 12000/400 = 30 \text{ mm}$$

## • 二、梁的整体稳定（一）

1. 单向受弯梁的**特点**：截面一般做成高而窄，以获得弯矩作用平面内较高的抗弯承载力，但这种截面形式抗扭和侧向抗弯刚度较差。

## 2. 整体失稳形式



- 当 $M$ 很小时，梁在弯矩作用平面内弯曲变形
- 当 $M$ 达到某个值时，梁将突然发生侧向弯曲同时伴随着扭转，并丧失继续承载的能力。
- ◆ 钢梁的整体失稳形式——侧向弯扭屈曲。

### 3. 钢梁整体失稳的临界力

➤ 双轴对称、纯弯曲、工字型、简支梁临界弯矩

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_y} \left( 1 + \frac{GI_t l^2}{\pi^2 EI_w} \right)}$$

➤ 单对称于Y轴，其他相同

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \left\{ B_y + \sqrt{B_y^2 + \frac{I_w}{I_y} \left( 1 + \frac{GI_t l^2}{\pi^2 EI_w} \right)} \right\}$$

➤ 单轴对称、一般荷载、工字型、简支梁临界弯矩

$$M_{cr} = \beta_1 \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \left\{ \beta_2 a + \beta_3 B_y + \sqrt{(\beta_2 a + \beta_3 B_y)^2 + \frac{I_w}{I_y} \left( 1 + \frac{GI_t l^2}{\pi^2 EI_w} \right)} \right\}$$

系数  $\beta_1$     $\beta_2$     $\beta_3$  值

荷载类型	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
跨中点集中荷载	1.35	0.55	0.40
满跨均布荷载	1.13	0.46	0.53
纯弯曲	1.0	0.0	1.0

## 4. 梁的整体稳定计算公式

当截面仅作用 $M_x$ 时：

(1) 按下式计算梁整体稳定性：

$$\frac{1}{W_x} M \leq \frac{M_{cr}}{r_R} \frac{1}{W_x}$$

$$\longrightarrow \frac{M}{W_x} \leq \frac{\sigma_{cr}}{r_R} \frac{f_y}{f_y} = \phi_b f$$

单向受弯梁计算公式  $\longrightarrow \frac{M_x}{\phi_b W_x} \leq f$

式中： $W_x$ ——按受压翼缘确定的梁毛截面模量；

$\phi_b$ ——梁的整体稳定系数。



## 5. 影响理想钢梁整体稳定的主要因素

$$M_{cr} = \beta_1 \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \left[ \beta_2 a + \beta_3 B_y + \sqrt{(\beta_2 a + \beta_3 B_y)^2 + \frac{I_w}{I_y} \left( 1 + \frac{l^2 GI_t}{\pi^2 EI_w} \right)} \right]$$

### (1) 梁截面的尺寸

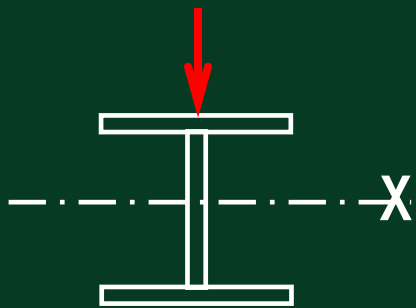
➤ 侧向抗弯刚度 $EI_y$ 、抗扭刚度 $GI_t$ 和抗翘曲刚度 $EI_w$ 越大，则 $M_{cr}$ 越大。

➤ 加强受压翼缘，如加大梁受压翼缘宽度，可提高 $M_{cr}$ 。

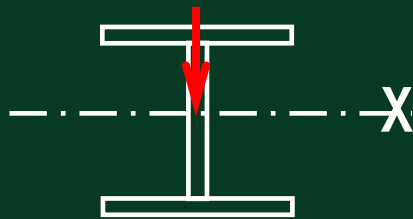
### (2) 受压翼缘的自由长度（受压翼缘侧向支承点间距）

➤ 受压翼缘侧向支承点间距  $l$  越小，则 $M_{cr}$ 越大。

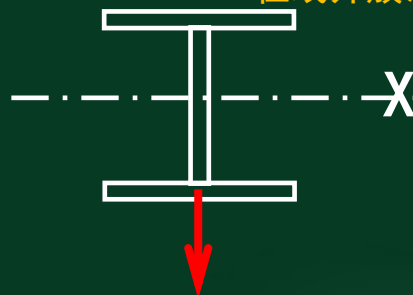
### (3) 横向荷载在截面上的作用位置



最不稳定

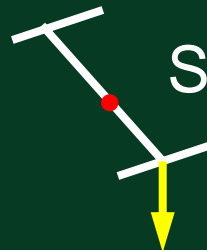
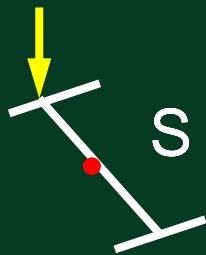


居中



最稳定

分析:



## (4) 荷载作用种类

假设梁两端为简支，荷载均作用在截面的剪切中心处，梁截面形状为双轴对称工字形且尺寸一定，此时判断 $M_{cr}$ 的大小。

- ✓ (a) 纯弯曲— $M_{cr1}$
  - ✓ (b) 均布荷载— $M_{cr2}$
  - ✓ (c) 集中荷载— $M_{cr3}$
- 三种情况最大弯矩相同，  
则有： $M_{cr1} < M_{cr2} < M_{cr3}$

$$M_{cr} = \beta_1 \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \left[ \beta_2 a + \beta_3 B_y + \sqrt{(\beta_2 a + \beta_3 B_y)^2 + \frac{I_w}{I_y} \left( 1 + \frac{l^2 GI_t}{\pi^2 EI_w} \right)} \right]$$

## (5) 梁的端部支承情况

支承约束越强, 则 $M_{cr}$ 越大。

## 6. 提高梁整体稳定性的主要措施

- (1) 增加受压翼缘的宽度；
- (2) 在受压翼缘设置侧向支撑。

小结：

1. 梁的刚度计算
2. 梁的整体失稳形式
3. 梁的整体稳定性计算公式
4. 影响钢梁整体稳定性的主要因素
5. 提高整体稳定性的主要措施