



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

钢结构设计原理

轴心受力构件

实际轴心受压构件整体稳定理论

主讲：李海云

影响轴心压杆的稳定承载力的因素

■ 初始缺陷

残余应力；初变形（初弯曲和初扭曲）；
初偏心；材质不均匀

■ 杆端约束

铰接；固端支座；杆端自由

- 1、初始缺陷降低轴心压杆的整体稳定承载力；
- 2、杆端约束提高轴心压杆的整体稳定承载力。

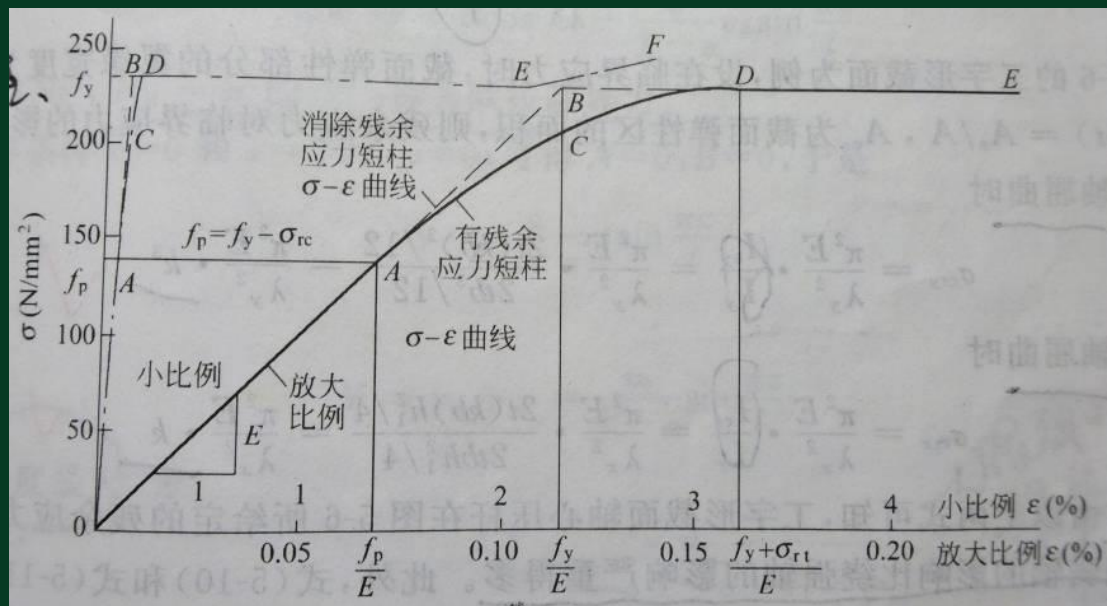
残余应力的影响

1. 残余应力产生的原因

焊接时的不均匀加热和冷却，如前所述；
型钢热轧后的不均匀冷却；
板边缘经火焰切割后的热塑性收缩；
构件冷校正后产生的塑性变形。

残余应力的影响

2. 有残余应力和无残余应力的应力—应变曲线



残余应力的影响

3. 残余应力对构件稳定承载力的影响

根据前述压杆屈曲理论，当

$$\sigma = N/A \leq f_p = f_y - \sigma_{rc}$$

或

$$\lambda \geq \lambda_p = \pi \sqrt{E / f_p}$$

可采用欧拉公式计算临界应力：

$$\sigma_{cr} = \sigma_E = \frac{N_E}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

残余应力的影响

3. 残余应力对构件稳定承载力的影响

当 $\sigma = N / A > f_p = f_y - \sigma_{rc}$ 或 $\lambda < \lambda_p = \pi \sqrt{E / f_p}$

由切线模量理论知，柱屈曲时，截面不出现卸载区，塑性区应力不变而变形增加，微弯时只有截面的弹性区抵抗弯矩，截面的刚度降低。因此，用截面弹性区的惯性矩 I_e 代替全截面惯性矩 I ，即得柱的临界应力：

临界力：

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_e}{l^2} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \cdot \frac{I_e}{I}$$

临界应力：

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \cdot \frac{I_e}{I}$$

残余应力的影响

3. 残余应力对构件稳定承载力的影响

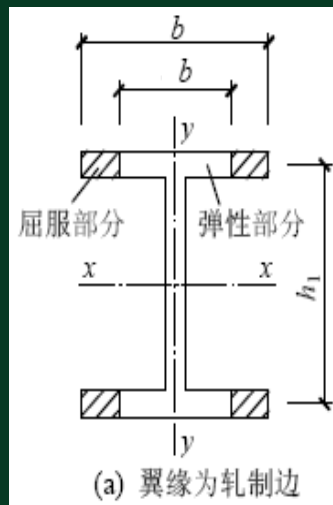
以忽略腹板的热轧H型钢柱为例，推求临界应力：

对x-x轴屈曲时（绕x轴弯曲屈曲）

$$\sigma_{\text{crx}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \frac{I_{ex}}{I_x} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \frac{2t(kb)h_1^2 / 4}{2t \cdot b \cdot h_1^2 / 4} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \cdot k$$

对y-y轴屈曲时（绕y轴弯曲屈曲）

$$\sigma_{\text{cry}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \frac{I_{ey}}{I_y} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \frac{2t(kb)^3 / 12}{2t \cdot b^3 / 12} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \cdot k^3$$



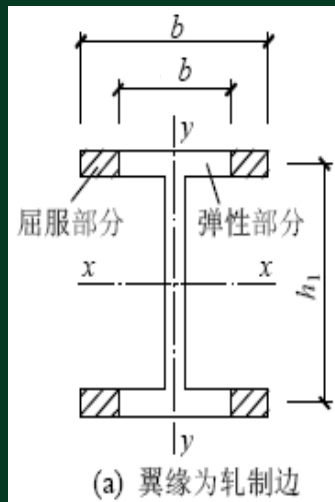
残余应力的影响

3. 残余应力对构件稳定承载力的影响

$$\sigma_{\text{crx}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \cdot k$$

$$\sigma_{\text{cry}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \cdot k^3$$

残余应力对弱轴的影响要大于对强轴的影响 ($k < 1$)。原因是远离弱轴的部分是残余压应力最大的部分，而远离强轴的部分则是兼有残余压应力和残余拉应力。



压杆初弯曲的影响

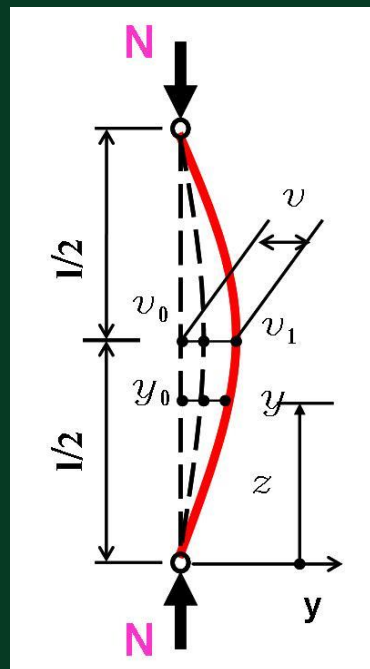
1. 压杆初弯曲的计算模型

建立平衡微分方程：

$$EIy'' + N(y_0 + y) = 0$$

杆件跨中最大挠度：

$$v_m = y_{(z=l/2)} = \frac{v_0}{1 - \alpha}$$



压杆初弯曲的影响

2. 压杆截面边缘最先出现的最大压应力

实际压杆并非无限弹性体，当 N 达到某值时，在 N 和 M_m 的共同作用下，构件中点截面的最大压应力会首先达到屈服点。构件中点截面最大受压边缘纤维的应力：

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{Nv_m}{W} = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{v_0}{W/A} \cdot \frac{1}{1 - N/N_E} \right) = f_y$$

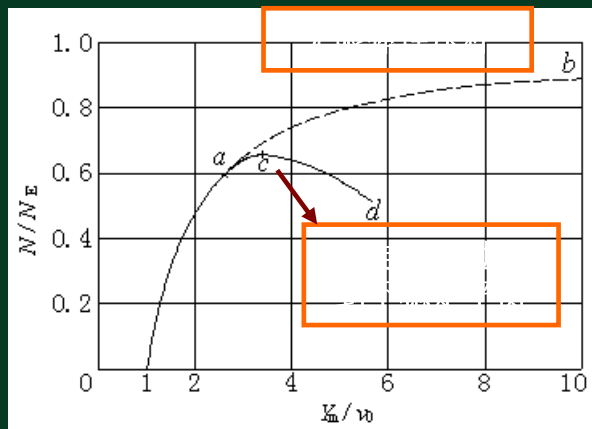
压杆初弯曲的影响

3. 最大临界应力

近似取 a 点代替 c 点计算临界应力：

$$\sigma_0 = \frac{f_y + (1 + \varepsilon_0)\sigma_E}{2} - \sqrt{\left[\frac{f_y + (1 + \varepsilon_0)\sigma_E}{2} \right]^2 - f_y \sigma_E}$$

其中： $N/A = \sigma_0$ （平均应力）； $W/A = \rho$ （截面核心距）； $v_0/\rho = \varepsilon_0$ （相对初弯曲）。



压杆初偏心的影响

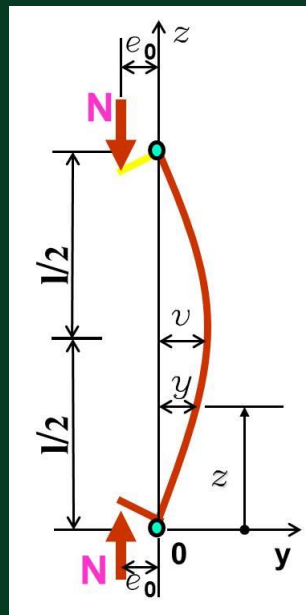
压杆初偏心计算模型

建立平衡微分方程：

$$EIy'' + N(e_0 + y) = 0$$

杆件跨中最大挠度：

$$v = y_{(z=l/2)} = e_0 \left[\sec \left(\frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{N}{N_E}} \right) - 1 \right]$$



杆端约束的影响

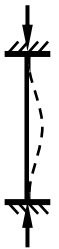
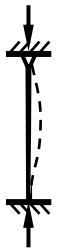
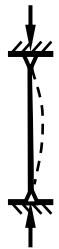


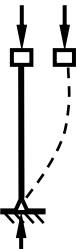






前面推导仅针对铰支支承情况，实际压杆支承千差万别，对于任意支承情况的压杆，其临界力为：

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

式中： l_0 杆件计算长度； μ 为计算长度系数，取值如下表。

杆端约束的影响

轴心压杆计算长度系数

项次	1	2	3	4	5	6
简图						
μ 的理论值	0.50	0.70	1.0	1.0	2.0	2.0
μ 的建议值	0.65	0.80	1.0	1.2	2.1	2.0
端部条件 符号	 无转动 无侧移	 无转动 自由侧移	 自由转动 无侧移	 自由转动 自由侧移	 自由转动 自由侧移	 自由转动 自由侧移

- ◆ 实际轴心受压构件的整体稳定

- 初始缺陷

- 残余应力；初变形（初弯曲和初扭曲）；
初偏心；材质不均匀

- 杆端约束

- 铰接；固端支座；杆端自由