



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

图与网络分析

图的基本概念

主讲：陈慧青



图论的提出

图论是应用非常广泛的运筹学分支，它已经广泛地应用于物理学控制论，信息论，工程技术，交通运输，经济管理，电子计算机等各项领域。对于科学研究，市场和社会生活中的许多问题，可以同图论的理论和方法来加以解决。例如，各种通信线路的架设，输油管道的铺设，铁路或者公路交通网络的合理布局等问题，都可以应用图论的方法，简便、快捷地加以解决。

图论的提出

随着科学技术的进步，特别是电子计算机技术的发展，图论的理论获得了更进一步的发展，应用更加广泛。如果将复杂的工程系统和管理问题用图的理论加以描述，可以解决许多**工程项目和管理决策**的最优问题。因此，图论越来越受到**工程技术人员和经营管理人员**的重视。

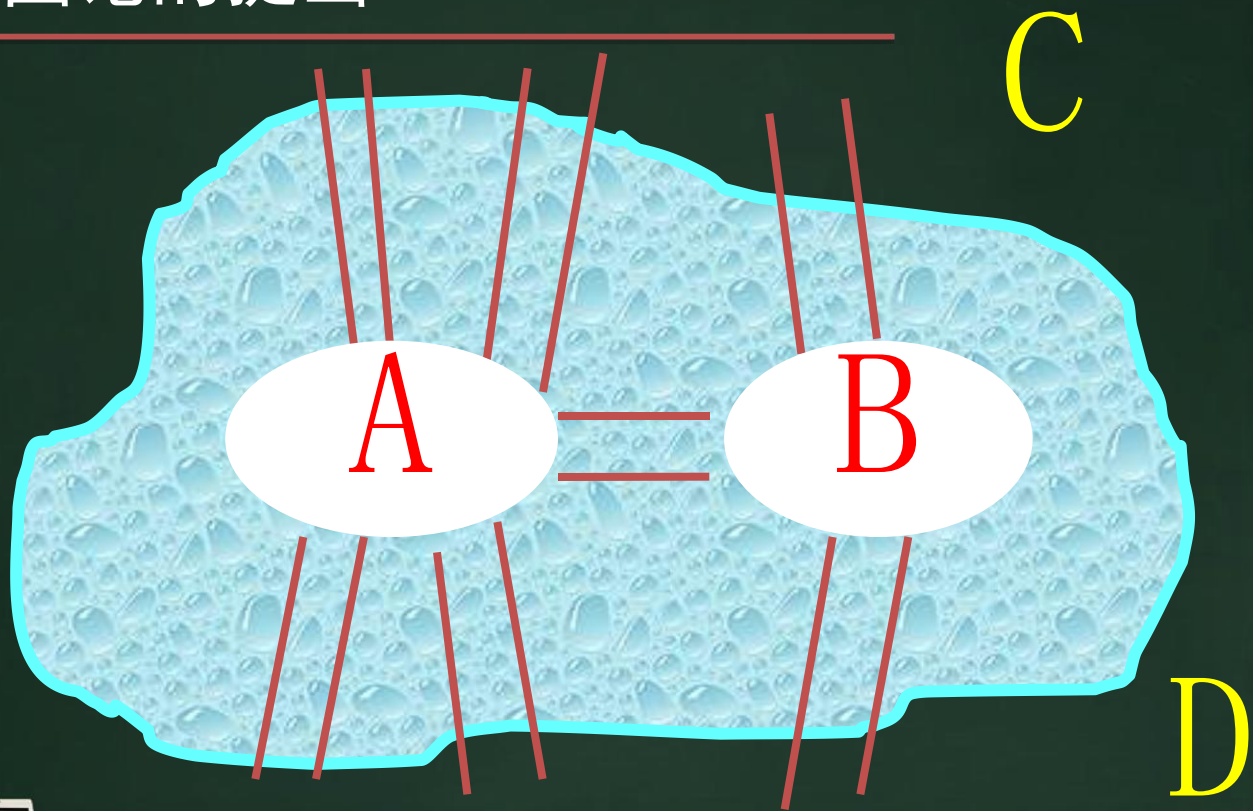


图论的提出

1736年瑞士科学家欧拉发表了关于图论方面的第一篇科学论文，解决了著名的**哥尼斯堡七座桥**问题。德国的哥尼斯堡城有一条普雷格尔河，河中有两个岛屿，河的两岸和岛屿之间有七座桥相互连接，如图7-1所示。



图论的提出



图论的提出

当地的居民热衷于这样一个问题，一个漫步者如何能够走过这七座桥，并且**每座桥只能走过一次**，最终回到原出发地。尽管试验者很多，但是都没有成功。

为了寻找答案，1736年欧拉将这个问题抽象成图形7-2的**一笔画问题**。即能否从某一点开始**不重复地一笔画出**这个图形，最终回到原点。欧拉在他的论文中证明了这是**不可能的**，因为这个图形中每一个顶点都与奇数条边相连接，不可能将它一笔画出，这就是古典图论中的第一个著名问题。



图论的提出

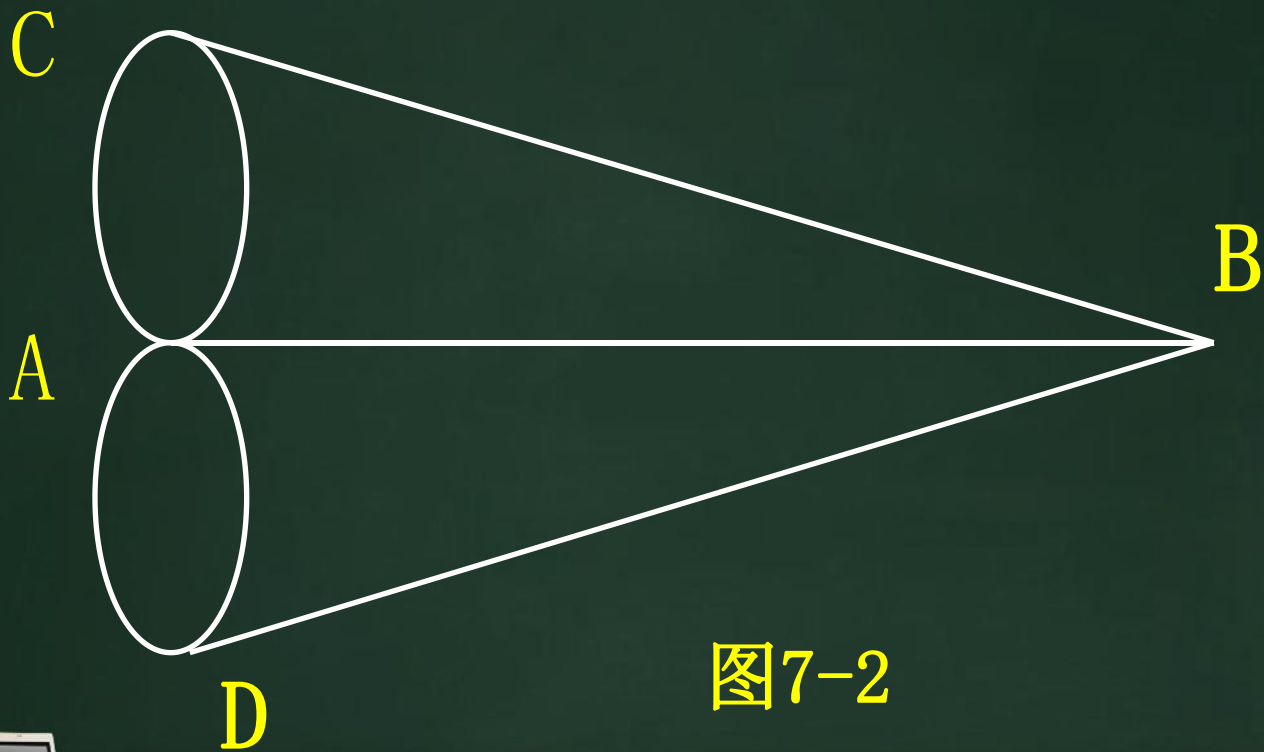


图7-2



图论的提出

在实际的生产和生活中，人们为了反映事物之间的关系，常常在纸上用**点和线**来画出各式各样的示意图。

图论中图是由点和边构成，可以反映一些对象之间的关系。

例如：在一个人群中，对相互认识这个关系我们可以用图来表示，下图7-3就是一个表示这种关系的图。



图论的提出

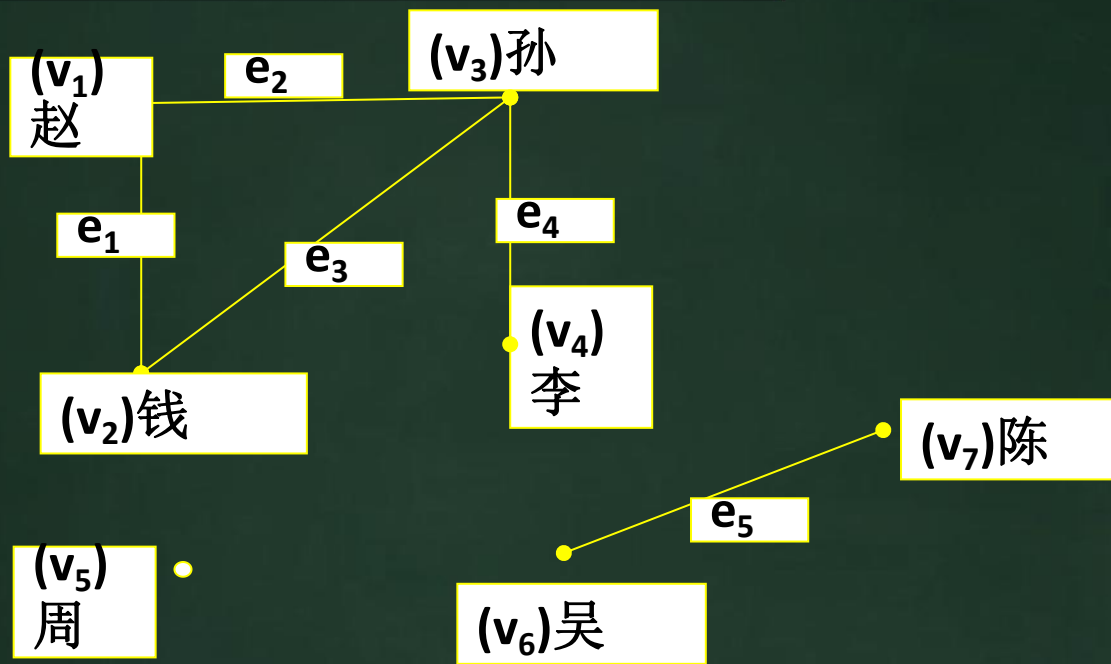


图7-3



图论的提出

当然图论不仅仅是要描述对象之间关系，还要研究特定关系之间的内在规律，一般情况下图中点的**相对位置如何、点与点之间联线的长短曲直**，对于反映对象之间的关系**并不是重要的**，如对赵等七人的相互认识关系我们也可以用图7-4来表示，可见图论中的图与几何图、工程图是不一样的。



图论的提出

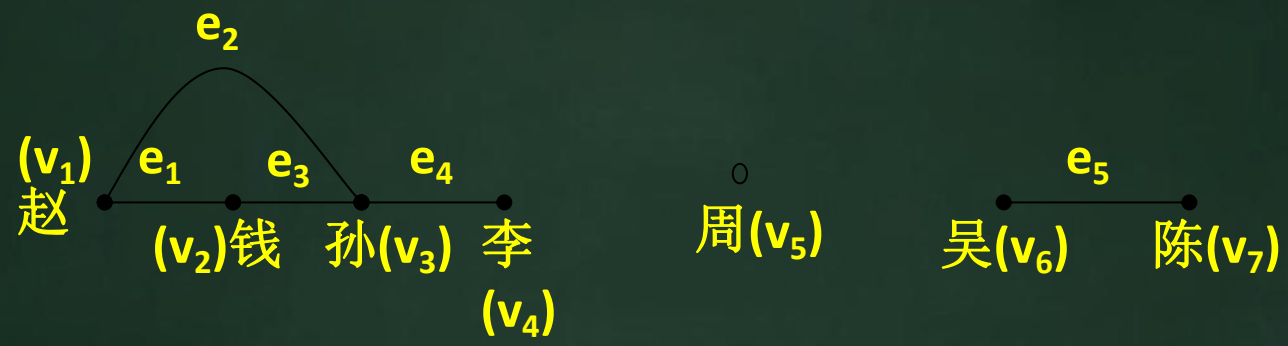


图7-4



图论的提出

如果我们把上面例子中的“相互认识”关系改为“认识”的关系，那么只用两点之间的连线就很难刻画他们之间的关系了，这是我们引入一个带箭头的连线，称为弧。图7-5就是一个反映这七人“认识”关系的图。相互认识用两条反向的弧表示。



图论的提出

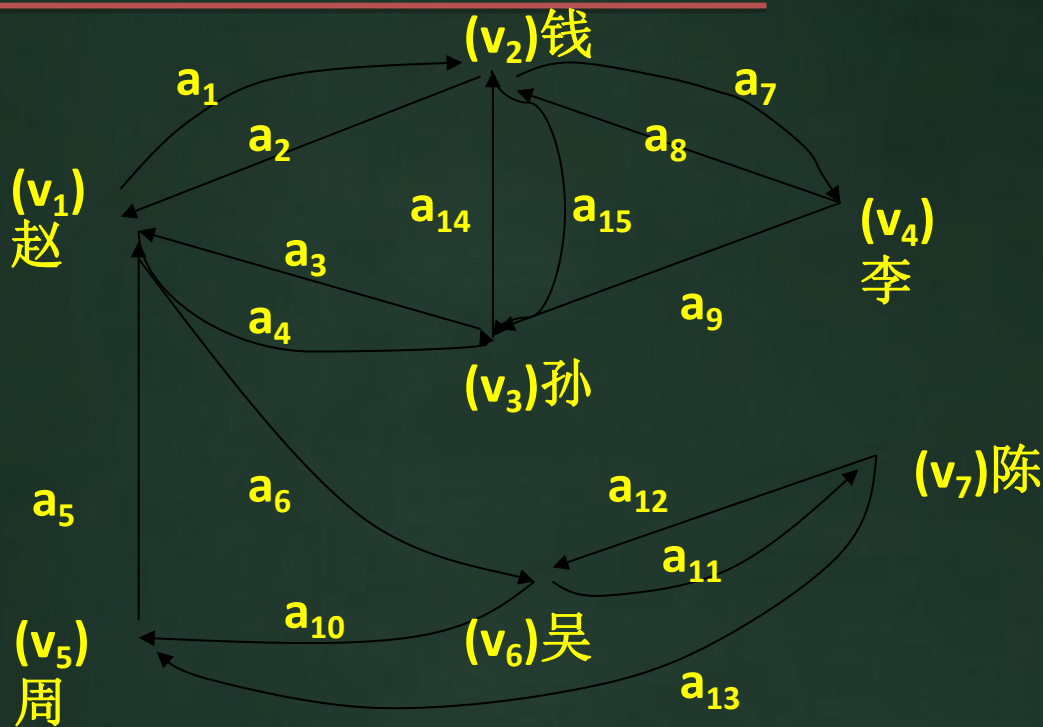


图7-5



图的基本概念

图论中的图是由点和点与点之间的线所组成的。通常，我们把点与点之间不带箭头的线叫做**边**，带箭头的线叫做**弧**。

如果一个图是由点和边所构成的，那么，称为**无向图**，记作 $G = (V, E)$ ，其中 V 表示图 G 的点集合， E 表示图 G 的边集合。连接点 v_i, v_j 的边记作 $[v_i, v_j]$ ，或者 $[v_j, v_i]$ 。



图的基本概念

如果一个图是由点和弧所构成的，那么称为它为**有向图**，记作 $D = (V, A)$ ，其中 V 表示有向图 D 的点集合， A 表示有向图 D 的弧集合。一条方向从 v_i 指向 v_j 的弧，记作 (v_i, v_j) 。

图的基本概念

一个图 G 或有向图 D 中的**点数**, 记作 $p(G)$ 或 $p(D)$, 简记作 p , **边数或者弧数**, 记作 $q(G)$ 或者 $q(D)$, 简记作 q 。

如果边 $[v_i, v_j] \in E$, 那么称 v_i, v_j 是边的端点, 或者 v_i, v_j 是**相邻**的。如果一个图 G 中, 一条边的两个端点是相同的, 那么称为这条边是**环**。



图的基本概念

端点的度 $d(v)$: 点 v 作为边端点的个数;

奇点: $d(v)$ =奇数;

偶点: $d(v)$ =偶数;

悬挂点: $d(v)=1$;

悬挂边: 与悬挂点连接的边;

孤立点: $d(v)=0$;

空图: $E = \emptyset$, 无边图

图的基本概念

定理7.1 所有顶点次数之和等于所有边数的2倍。

定理7.2 在任一图中，奇点的个数必为偶数。



图的基本概念

图的连通性：

链： 由两两相邻的点及其相关联的边构成的点边序列；如： $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, e_3, v_3, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ ；

v_0, v_n 分别为**链的起点和终点**；

连通图：

对无向图G，若任何两个不同的点之间，**至少存在一条链**，则G为连通图。

图的基本概念

回路： 若 $v_0 \neq v_n$ 分称该链为开链，
否则称为闭链或回路；

赋权图：

对一个无向图G的每一条边 (v_i, v_j) ，相应地有一个数 w_{ij} ，则称图G为赋权图， w_{ij} 称为边 (v_i, v_j) 上的权。

网络：

在赋权的有向图D中指定一点，称为发点，指定另一点称为收点，其它点称为中间点，并把D中的每一条弧的赋权数称为弧的容量，D就称为网络。