



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

目标规划

目标规划（一）

主讲：陈慧青



问题的提出

本书大部分章节讨论的基本上都是**单目标优化问题**，实际上，许多实际问题的优化牵涉的目标往往**不止一个**，如设计一个工厂的施工方案，就要考虑工期、成本、质量、污染等目标，再如找工作，购买家用电器，追求的目标往往都不止一个。由于这类问题需同时考虑多个目标，而有些目标之间又相互矛盾，从而使决策问题变得复杂，这类决策问题称为多目标决策问题。



问题的提出

多目标决策方法是现代管理科学的重要内容，也是系统分析的基本工具。按照决策变量是连续的还是离散的，多目标决策可以分为**多目标规划决策** (Multiple Objective Decision Making) 和**多准则决策** (Multiple Attribute Decision Making) 两大类，前者是以数学规划的形式呈现的决策问题，后者则是已知各个方案及它产生的结局向量，由此选择最优方案的决策。



目标规划

为了具体说明目标规划与线性规划在处理问题方法上的区别，先通过例子来介绍目标规划的有关概念及数学模型。

例1 某工厂生产 I，II 两种产品，已知有关数据见下表。试求获利最大的生产方案。

| | I | II | 拥有量 |
|---------|---|----|-----|
| 原料(kg) | 2 | 1 | 11 |
| 设备(hr) | 1 | 2 | 10 |
| 利润(元/件) | 8 | 10 | |

目标规划

解：这是求获利最大的单目标的规划问题，用 x_1 ， x_2 分别表示 I，II 产品的产量，其线性规划模型表述为：

目标函数：
$$\max z = 8x_1 + 10x_2$$

满足约束条件：
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 11 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



目标规划的数学模型

实际上工厂在作决策时，要考虑市场等一系列其他条件：

- (1) 根据市场信息，产品 I 的销售量有下降的趋势，故考虑产品 II 的产量不低于产品 I。
- (2) 超过计划供应的原材料时，需用高价采购，会使成本大幅度增加。
- (3) 应尽可能充分利用设备台时，但不希望加班。
- (4) 应尽可能达到并超过计划利润指标56元。

目标规划的数学模型

这样在考虑产品决策时，便为多目标决策问题。

目标规划方法是解这类决策问题的方法之一。下面引入与建立目标规划数学模型有关的概念。

1. 设 x_1, x_2 为决策变量，此外，引进正、负偏差变量 d^+, d^- 。

正偏差变量 d^+ 表示决策值**超过**目标值的部分；负偏差变量 d^- 表示决策值**未达到**目标值的部分。因决策值不可能既超过目标值同时又未达到目标值，即恒有 $d^+ \times d^- = 0$ 。



目标规划的数学模型

2. 绝对约束和目标约束

绝对约束是指必须严格满足的等式约束和不等式约束；如线性规划问题的所有约束条件，不能满足这些约束条件的解称为非可行解，所以它们是**硬约束**。目标约束是目标规划**特有的**，可把约束右端项看作要追求的目标值。在达到此目标值时允许发生正或负偏差，因此在这些约束中加入正、负偏差变量，它们是**软约束**。

📍 目标规划的数学模型

线性规划问题的目标函数，在给定目标值和加入正、负偏差变量后可变换为目标约束。也可根据问题的需要将绝对约束变换为目标约束。

如：例1的目标函数 $z=8x_1+10x_2$ 可变换为目标约束 $8x_1+10x_2+d_1^- - d_1^+=56$ 。约束条件

$2x_1+x_2 \leq 11$ 可变换为目标约束 $2x_1+x_2+d_2^- - d_2^+=11$ 。



目标规划的数学模型

3. 优先因子(优先等级)与权系数

一个规划问题常常有若干目标。但决策者在要求达到这些目标时，是有主次或轻重缓急的不同。要求第一位达到的目标赋予**优先因子** P_1 ，次位的目标赋予优先因子 P_2 ， \dots ，并规定 $P_k \gg P_{k+1}$ ， $k=1, 2, \dots, K$ 。表示 P_k 比 P_{k+1} 有更大的优先权。即首先保证 P_1 级目标的实现，这时可不考虑次级目标；而 P_2 级目标是在实现 P_1 级目标的基础上考虑的；依此类推。

目标规划的数学模型

若要区别具有相同优先因子的两个目标的差别，这时可分别赋予它们不同的**权系数** ω_j ，这些都由决策者按具体情况而定。

4. 目标规划的目标函数

目标规划的目标函数(准则函数)是按各目标约束的正、负偏差变量和赋予相应的优先因子及权系数而构造的。当每一目标值确定后，决策者的要求是尽可能缩小偏离目标值。因此目标规划的目标函数只能是

$$\min z=f(d^+, d^-)。$$

目标规划的数学模型

其基本形式有三种：

(1) 要求**恰好达到**目标值，即正、负偏差变量都要尽可能地小，这时

$$\min z=f(d^++d^-)$$

(2) 要求**不超过**目标值，即允许达不到目标值，就是正偏差变量要尽可能地小。这时

$$\min z=f(d^+)$$

(3) 要求**超过**目标值，即超过量不限，但必须是负偏差变量要尽可能地小，这时

$$\min z=f(d^-)$$



目标规划的数学模型

对每一个具体目标规划问题，可根据决策者的要求和赋予各目标的优先因子来构造目标函数，

例2 例1的决策者在原材料供应受严格限制的基础上考虑：**首先**是产品II的产量不低于产品I的产量；**其次**是充分利用设备有效台时，不加班；**再次**是利润额不小于56元。求决策方案。

目标规划的数学模型

解 按决策者所要求的，分别赋予这三个目标 P_1 ， P_2 ， P_3 **优先因子**。这问题的数学模型是：

目标函数：
$$\min z = P_1 d_1^+ + P_2 (d_2^- + d_2^+) + P_3 d_3^-$$

满足约束条件：

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 11 \\ x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 0 \\ x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 10 \\ 8x_1 + 10x_2 + d_3^- - d_3^+ = 56 \\ x_1, x_2, d_i^-, d_i^+ \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \end{cases}$$