



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

运输问题

运输问题应用

主讲：陈慧青



## 问题的提出

前面所讲表上作业法，都是以**产销平衡**为前提条件的；但是实际问题中产销往往是不平衡的。就需要把产销不平衡的问题化成产销平衡的问题。

产大于销

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

产小于销

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$$

# 📍 运输问题应用

不平衡运输问题的数学模型可写成

目标函数：

$$\min z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

满足：

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, & (i = 1, 2, \dots, m) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq b_j, & (j = 1, 2, \dots, n) \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$



## 产大于销

由于总的产量大于销量，就要考虑多余的物资在哪一个产地就地储存的问题。设 $x_{i, n+1}$ 是产地 $A_i$ 的储存量，于是有：

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + x_{i,n+1} = \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i, \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{i,n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = b_{n+1}$$

## 产小于销

由于总的产量小于销量，就要考虑在哪一个产地有缺少的物资的问题。设 $x_{m+1, j}$ 是销地 $B_j$ 的缺少量，于是有：

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} + x_{m+1,j} = \sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j, \quad (j=1,2,\dots;n)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{m+1,j} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i = a_{m+1}$$

若当产大于销时，  
只要增加一个假想的销地  $j=n+1$  (实际上是储存)，该销地总需要量为

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$$

而在单位运价表中从各产地到假想销地的单位运价为，

$$c'_{i,n+1} = 0$$

就转化成  $m$  个产地， $(n+1)$  个销地产销平衡的运输问题。

若当销大于产时，  
只要增加一个假想的产地  $i=m+1$ ，该产地总产量为

$$\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$$

而在单位运价表中该假想产地到各销地的运价，

$$c'_{m+1,j} = 0$$

就转化成  $(m+1)$  个产地， $n$  个销地产销平衡的运输问题。

📍 **例2** 设有三个化肥厂(A, B, C)供应四个地区(I, II, III, IV)的农用化肥。假定等量的化肥在这些地区使用效果相同。各化肥厂年产量, 各地区年需要量及从各化肥厂到各地区运送单位化肥的运价如表3-25所示。试求出总的运费最节省的化肥调拨方案。

需求地区 化工厂	I	II	III	IV	产量(万吨)
A	16	13	22	17	50
B	14	13	19	15	60
C	19	20	23	/	50
最低需求(万吨)	30	70	0	10	
最高需求(万吨)	50	70	30	不限	



## 📍 运输问题应用

解 这是一个**产销不平衡**的运输问题，总产量为160万吨，四个地区的最低需求为110万吨，最高需求为无限。根据现有产量，第Ⅳ个地区每年最多能分配到60万吨，这样最高需求为210万吨，**大于产量**。为了求得平衡，在产销平衡表中增加一个假想的化肥厂D，其年产量为50万吨。



## 📍 运输问题应用

由于各地区的需要量包含两部分，如地区 I，其中30万吨是最低需求，故不能由假想化肥厂D供给，令相应运价为 $M$ （任意大正数），而另一部分20万吨满足或不满足均可以，因此可以由假想化肥厂D供给，按前面讲的，令相应运价为0。对凡是需求分两种情况的地区，实际上可按照两个地区看待。这样可以写出这个问题的产销平衡表和单位运价表，然后用表上作业法计算。

# 运输问题应用

## 产销平衡表

化工厂 \ 需求地区	I	I	II	III	IV'	IV	产量 (万吨)
A							50
B							60
C							50
D							50
销量(万吨)	30	20	70	30	10	50	

# 运输问题应用

## 单位运价表

化工厂	需求地区	I'	I''	II	III	IV'	IV''
	A		16	16	13	22	17
B		14	14	13	19	15	15
C		19	19	20	23	M	M
D		M	0	M	0	M	0

# 运输问题应用

根据表上作业法计算，可以求得这个问题的最优方案

需求地区 化工厂	I'	I''	II	III	IV'	IV''	产量 (万吨)
A			50				50
B			20		10	30	60
C	30	20	0				50
D				30		20	50
销量(万吨)	30	20	70	30	10	50	210