



石家庄铁道大学
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

运输问题

表上作业法（一）

主讲：陈慧青





表上作业法

表上作业法是单纯形法在求解运输问题时的一种简化方法，其实质是单纯形法。但具体计算和术语有所不同。

使用表上作业法必须满足平衡关系和MIN优化方向。计算步骤可归纳为：

(1) 找出初始基可行解。即在 $(m \times n)$ 产销平衡表上用西北角法或最小元素法，Vogel法给出 $m+n-1$ 个数字，称为数字格。它们就是初始基变量的取值。

表上作业法

(2) 求各非基变量的检验数，即在表上计算空格的检验数，判别是否达到最优解。如已是最优解，则停止计算，否则转到下一步。**方法有闭回路法和位势法。**

(3) 确定换入变量和换出变量，找出新的基可行解。在表上用**闭回路法**调整。

(4) 重复(2)，(3)直到得到最优解为止。

📍 表上作业法

这与一般线性规划问题不同。
产销平衡的运输问题总是存在可行解。因有

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j = d$$

必存在 $x_{ij} \geq 0$, $i=1, \dots, m$, $j=1, \dots, n$

这就是可行解。又因

$$0 \leq x_{ij} \leq \min(a_i, b_j)$$

故运输问题**必存在最优解**。

📍 表上作业法

确定初始基可行解的方法很多，有西北角法，最小元素法和伏格尔(Vogel)法。一般希望的方法是既简便，又尽可能接近最优解。

(1) **西北角法**：从西北角（左上角）格开始，在格内的右下角标上允许取得的最大数。然后按行（列）标下一格的数。若某行（列）的产量（销量）已满足，则把该行（列）的其他格划去。如此进行下去，直至得到一个基本可行解。



表上作业法

1、确定初始基本可行解:

(1) 西北角法

	B_1	B_2	B_3	B_4	产量 a_i
A_1	3	11	3	10	7
	3	4			
A_2	1	9	2	8	4
		2	2		
A_3	7	4	10	5	9
			3	6	
销量 b_j	3	6	5	6	20

表上作业法

(2) 最小元素法:

方法的基本思想是**就近供应**，即从单位运价表中最小的运价开始确定供销关系，然后次小。一直到给出初始基可行解为止。

◉ 表上作业法

(2) **最小元素法**：从运价最小的格开始，在格内的右下角标上允许取得的最大数。然后按运价从小到大顺序填数。若某行（列）的产量（销量）已满足，则把该行（列）的其他格划去。如此进行下去，直至得到一个基本可行解。

运价表划掉规则：当剩余产大于销，划去该元素所在列。当剩余产小于销，划去该元素所在行。

表上作业法



石家庄铁道大学

SHIJIAZHANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

(2) 最小元素法

	B_1	B_2	B_3	B_4	产量 a_i
A_1	3	11	3	10	7
A_2	1	9	2	8	4
A_3	7	4	10	5	9
销量 b_j	3	6	5	6	20

📍 (3) 伏格尔法

最小元素法的**缺点**是：为了节省一处的费用，有时造成在其他处要多花几倍的运费。伏格尔法考虑到，一产地的产品假如不能按最小运费就近供应，就考虑次小运费，这就有一个**差额**。差额越大，说明不能按最小运费调运时，运费增加越多。因而对差额最大处，就应当采用最小运费调运。也叫做“大差额小运价法”。

伏格尔法

伏格尔法的步骤是：

第一步：在表4-3中分别计算出各行和各列的最小运费和次最小运费的差额，并填入该表的最右列和最下行，见表4-7。

销地 加	B_1	B_2	B_3	B_4	行差额
A_1	3	11	3	10	0
A_2	1	9	2	8	1
A_3	7	4	10	5	1
列差额	2	5	1	3	

伏格尔法

第二步：从行或列差额中选出最大者，选择它所在行或列中的最小元素。在表4-7中 B_2 列是最大差额所在列。 B_2 列中最小元素为4，可确定 A_3 的产品先供应 B_2 的需要。得表4-8

销地 加工厂	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1					7
A_2					4
A_3		6			9
销量	3	6	5	6	

伏格尔法

同时将运价表中的 B_2 列数字划去。如表4-9所示。

销地 加工厂	B_1	B_2	B_3	B_4	行差额
A_1	3	11	3	10	0
A_2	1	9	2	8	1
A_3	7	4	10	5	2
列差额	2		1	3	

伏格尔法

第三步：对表3-12中未划去的元素再分别计算出各行、各列的最小运费和次最小运费的差额，并填入该表的最右列和最下行。重复第一、二步。直到给出初始解为止。用此法给出例1的初始解列于表4-10。

销地 加工厂	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1			5	2	7
A_2	3			1	4
A_3		6		3	9
销量	3	6	5	6	

伏格尔法

由以上可见：伏格尔法同最小元素法除在确定供求关系的原则上不同外，其余步骤相同。**伏格尔法给出的初始解比用最小元素法给出的初始解更接近最优解。**

本例用伏格尔法给出的初始解就是最优解。



表上作业法

注:应用最小元素法时，每次填完数，都只划去运价表的一行或一列，只有最后一个元素例外（同时划去一行和一列）。当填上一个数后行、列同时饱和时，也应任意划去一行（列），在保留的列（行）中没被划去的格内标一个0。