线性规划与单纯形法

线性规划及其数学模型（三）

主讲 ：陈慧青

石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY
网络精品课程

例6　人力资源分配的问题

某昼夜服务的公交线路每天各时间段内所需司机和乘务人员数如下：

班次	时间	所需人数
1	6：00 —— 10：00	60
2	10：00 —— 14：00	70
3	14：00 —— 18：00	60
4	18：00 —— 22：00	50
5	22：00 —— 2：00	20
6	2：00 —— 6：00	30

几类常见线性问题的建模

设司机和乘务人员分别在各时间段一开始时上班，并**连续工作八小时**，问该公交线路怎样安排司机和乘务人员，既能满足工作需要，又配备最少司机和乘务人员?

解：设 x_i 表示第i班次时开始上班的司机和乘务人员数这样我们建立如下的数学模型。

目标函数 Min $z=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6$

约束条件：s.t.

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_6 &\geqslant 60 \\
x_1 + x_2 &\geqslant 70 \\
x_2 + x_3 &\geqslant 60 \\
x_3 + x_4 &\geqslant 50 \\
x_4 + x_5 &\geqslant 20 \\
x_5 + x_6 &\geqslant 30 \\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 &\geqslant 0
\end{aligned}
$$

且为整数

例7. 人力资源分配问题2

一家中型的百货商场，它对售货员的需求经过统计分析如表1-7所示。为了保证售货人员充分休息，售货人员每周工作5天，休息两天，并要求休息的两天是连续的。问应该如何安排售货人员的作息，既满足工作需要，又使配备的售货人员的人数最少？

表1-7

时间	所需售货员人数
星期日	28
星期一	15
星期二	24
星期三	25
星期四	19
星期五	31
星期六	28

解：设 x_i（$i=1,2,\cdots,7$）表示星期一至日开始休息的人数，这样我们建立如下的数学模型。

目标函数： Min $z=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7$

约束条件：s.t.

$$
\begin{cases}
x_1+x_2+x_3+x_4+x_5 \geqslant 28 \\
x_2+x_3+x_4+x_5+x_6 \geqslant 15 \\
x_3+x_4+x_5+x_6+x_7 \geqslant 24 \\
x_4+x_5+x_6+x_7+x_1 \geqslant 25 \\
x_5+x_6+x_7+x_1+x_2 \geqslant 19 \\
x_6+x_7+x_1+x_2+x_3 \geqslant 31 \\
x_7+x_1+x_2+x_3+x_4 \geqslant 28 \\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geqslant 0
\end{cases}
$$

且为整数

线性规划模型共同的特征

(1) 每一个线性规划问题都用一组决策变量 $(x_1, x_2, \cdots x_n)$ 表示某一方案，这组决策变量的值就代表一个具体方案。一般这些变量取值是非负且连续的;

(2) 要有各种资源和使用有关资源的技术数据，创造新价值的数据;

$$a_{ij}; c_j \ (i = 1, \cdots m; j = 1, \cdots n)$$

(3) 存在可以量化的约束条件，这些约束条件可以用一组线性等式或线性不等式来表示；

(4) 要有一个达到目标的要求，它可用决策变量的线性函数(称为目标函数)来表示。按问题的不同，要求目标函数实现最大化或最小化。

线性规划的一般模型形式

目标函数

$$max(min)z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \qquad (1.1)$$

约束条件

$$
\begin{aligned}
&a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n \le (=,\ge) b_1 \\
&a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots\cdots + a_{2n}x_n \le (=,\ge) b_2 \\
&\quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \qquad (1.2) \\
&a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots\cdots + a_{m}x_n \le (=,\ge) b_m
\end{aligned}
$$

$$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n \ge 0 \qquad (1.3)$$