



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

在线开放课程

物体系统的平衡

应用举例（一）

主讲：孔艳平

# 回顾:



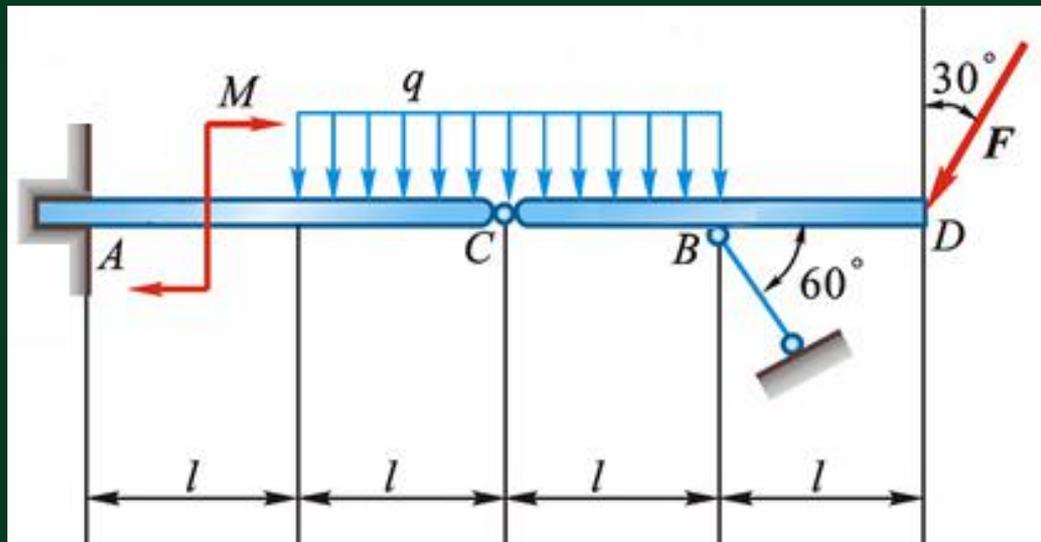
在线开放课程

1. 物体系统平衡的特点;
2. 处理方法;
3. 列平衡方程的原则。

例1 已知： $F=20\text{kN}$ ， $q=10\text{kN/m}$ ，

$M = 20\text{kN}\cdot\text{m}$ ， $l=1\text{m}$ ；

求：固定端A以及铰链B处的约束力。



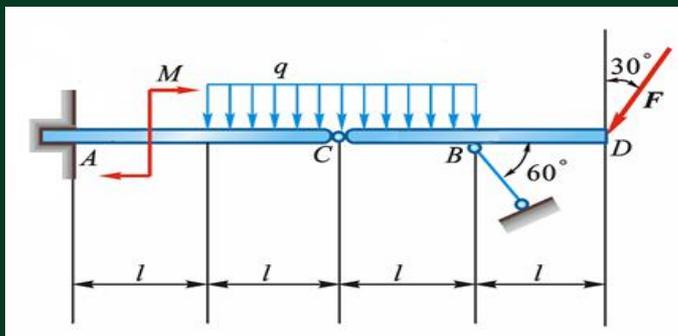
**例1** 求： $A$ ， $B$ 处的约束力。

解：取 $CD$ 梁，画受力图。

$$\sum M_C = 0$$

$$F_B \sin 60^\circ \cdot l - ql \cdot \frac{l}{2} - F \cos 30^\circ \cdot 2l = 0$$

➡  $F_B = 45.77 \text{ kN}$



取整体，画受力图。

$$\sum F_x = 0 \quad F_B = 45.77 \text{ kN}$$

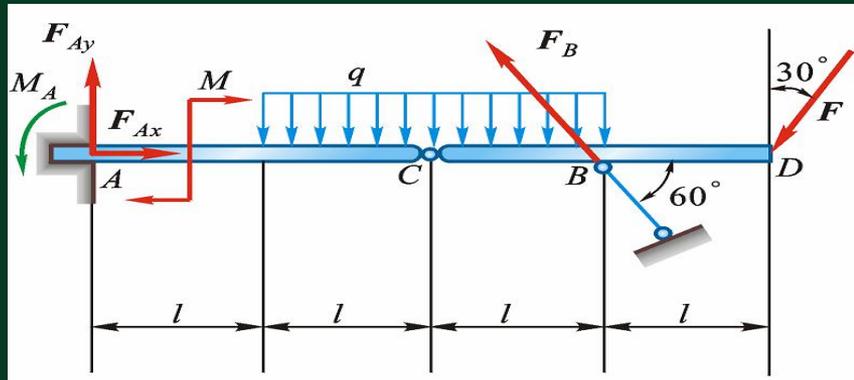
$$F_{Ax} - F_B \cos 60^\circ - F \sin 30^\circ = 0$$

→  $F_{Ax} = 32.89 \text{ kN}$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{Ay} - F_B \sin 60^\circ - 2ql - F \cos 30^\circ = 0$$

→  $F_{Ay} = -2.32 \text{ kN}$



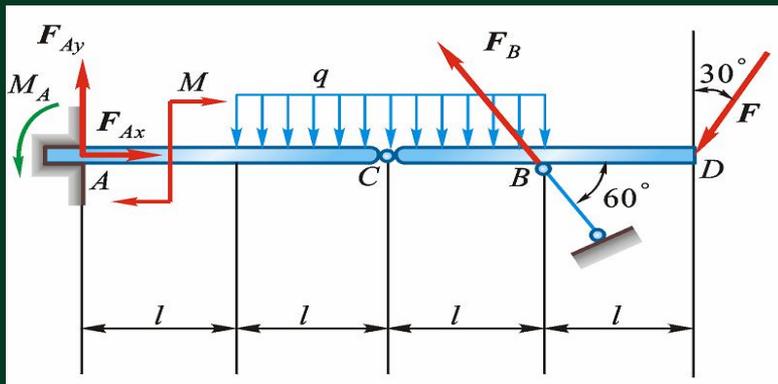
取整体，画受力图。

$$\sum M_A = 0$$

$$M_A - M - 2ql \cdot 2l + F_B \sin 60^\circ \cdot 3l - F \cos 30^\circ \cdot 4l = 0$$

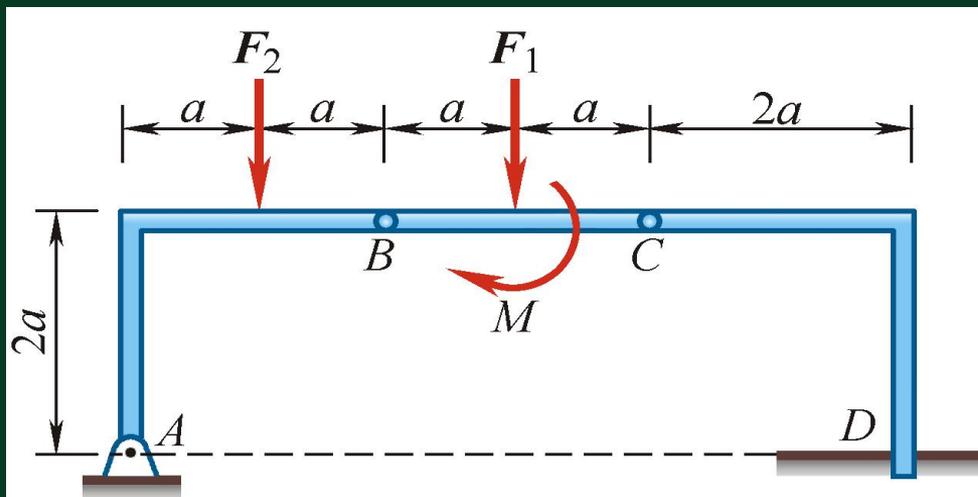


$$M_A = 10.37 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



例2 已知：如图所示结构， $a$ ,  $M = Fa$  ,  $F_1 = F_2 = F$

求：铰链A以及固定端D处约束力。

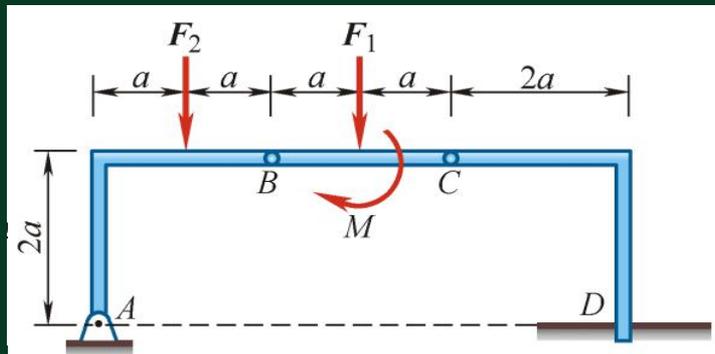


解：以 $BC$ 为研究对象，受力如图所示。

$$\sum M_B = 0 \quad F_{Cy} \cdot 2a - F_1 a - M = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{By} + F_{Cy} - F_1 = 0$$

$$\Rightarrow F_{Cy} = F \quad F_{By} = 0$$

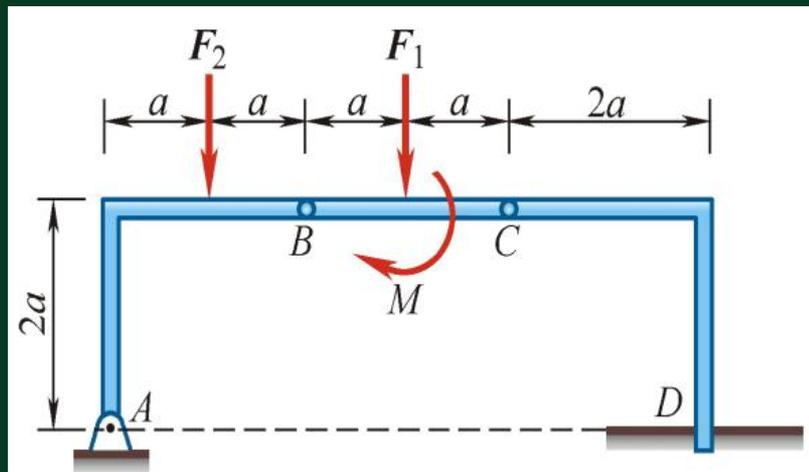


以 $AB$ 为研究对象，受力如图所示。

$$\sum M_A = 0 \quad F_{Bx}' \cdot 2a - F_{By}' \cdot 2a - F_2 a = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} - F_{Bx}' = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F_{By}' - F_2 = 0$$



以 $AB$ 为研究对象，受力如图所示。

$$\sum M_A = 0 \quad F_{Bx}' \cdot 2a - F_{By}' \cdot 2a - F_2 a = 0$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} - F_{Bx}' = 0$$

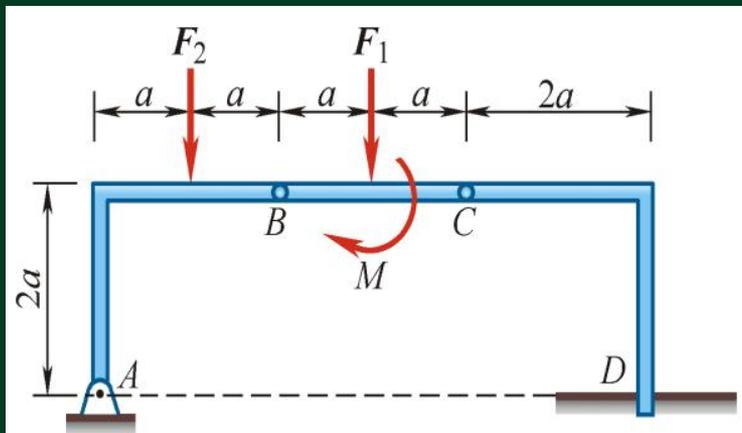
$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F_{By}' - F_2 = 0$$

$$\Rightarrow F_{Bx}' = F_{Ax} = \frac{1}{2}F \quad F_{Ay} = F$$

再分析BC。

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Cx} + F_{Bx} = 0$$

$$\rightarrow F_{Cx} = -\frac{1}{2}F$$

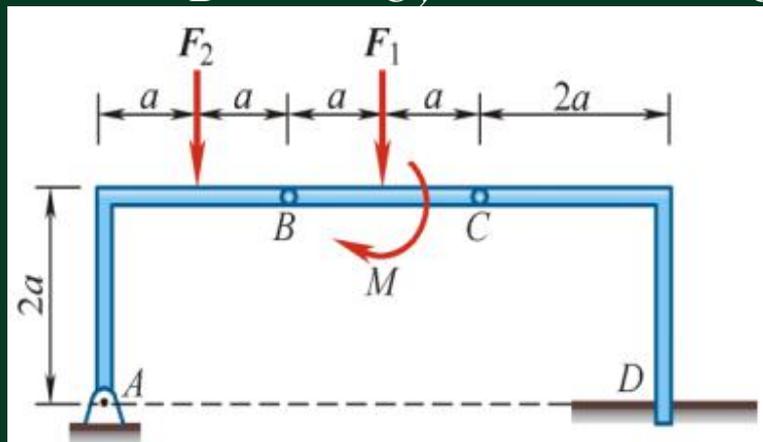


以 $AB$ 为研究对象，受力如图所示

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Dx} - F_{Cx}' = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Dy} - F_{Cy}' = 0$$

$$\sum M_D = 0 \quad M_D + F_{Cy}' \cdot 2a + F_{Cx}' \cdot 2a = 0$$



以 $AB$ 为研究对象，受力如图所示

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Dx} - F_{Cx}' = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Dy} - F_{Cy}' = 0$$

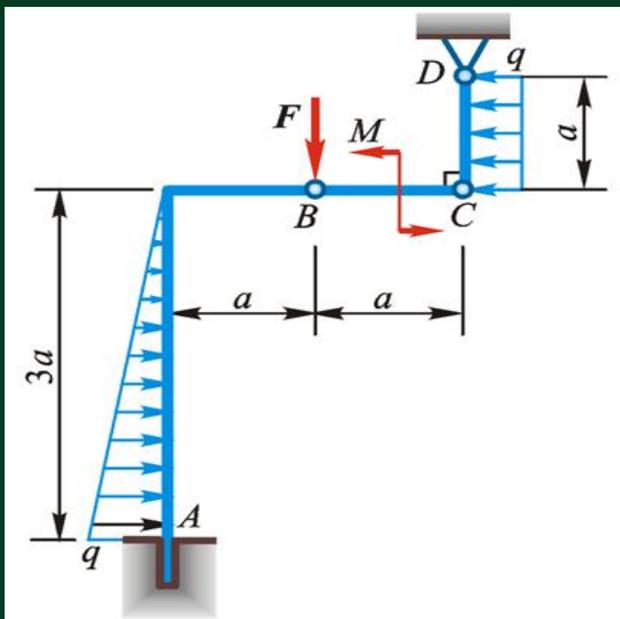
$$\sum M_D = 0 \quad M_D + F_{Cy}' \cdot 2a + F_{Cx}' \cdot 2a = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{Dx} = -\frac{1}{2}F} \quad \boxed{F_{Dy} = F} \quad \boxed{M_D = -Fa}$$

例3 已知： $q$ ， $a$ ， $M$ ，且 $M = qa^2$ ，

$F$ 作用于销钉 $B$ 上；

求：固定端 $A$ 处的约束力和销钉 $B$ 对  
 $BC$ 杆、 $AB$ 杆的作用力。

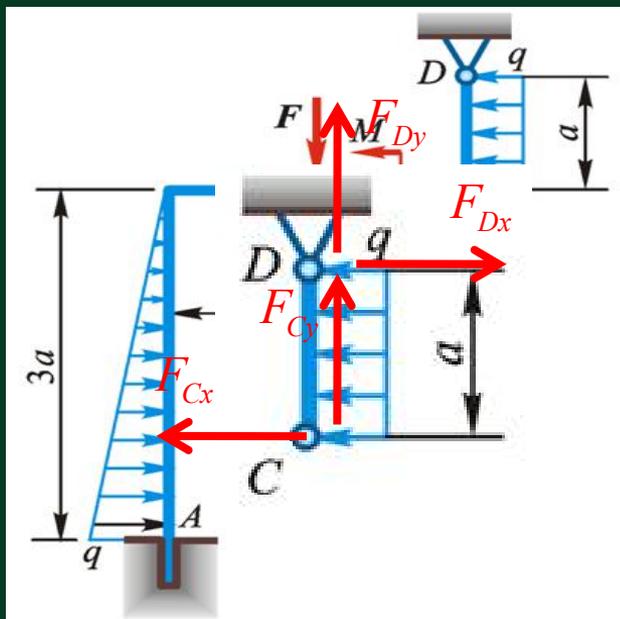


求：固定端A处的约束力和销钉B对BC杆、AB杆的作用力。

解：取CD杆，画受力图。

$$\sum M_D = 0 \quad F_{Cx} \cdot a - qa \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$\Rightarrow F_{Cx} = \frac{1}{2} qa$$

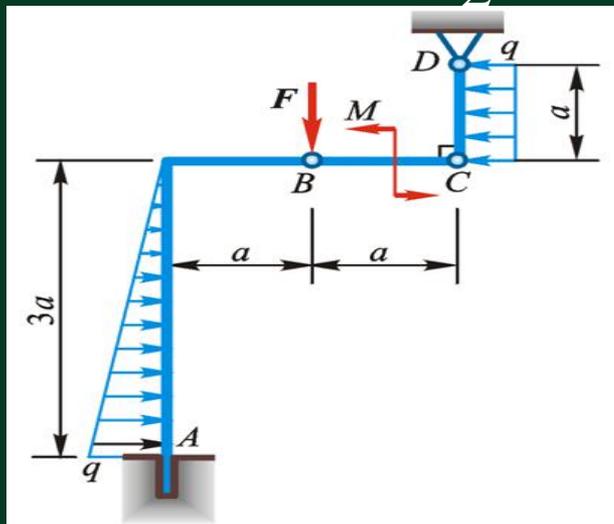


取 $BC$ 杆（不含销钉 $B$ ），画受力图。

$$\sum F_x = 0 \quad F_{BCx} - F'_{Cx} = 0$$

$$\sum M_C = 0 \quad M - F_{BCy}a = 0$$

  $F_{BCx} = \frac{1}{2}qa$        $F_{BCy} = qa$



取销钉B，画受力图。

$$\sum F_x = 0 \quad F'_{ABx} - F'_{BCx} = 0$$

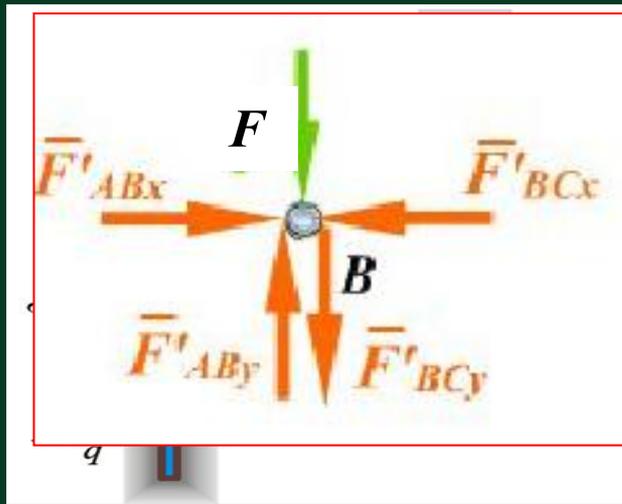
$$\sum F_y = 0 \quad F'_{ABy} - F'_{BCy} - P = 0$$

$$\Rightarrow F'_{ABx} = \frac{1}{2}qa$$

$$F'_{ABy} = P + qa$$

$$\Rightarrow F_{ABx} = -\frac{1}{2}qa$$

$$F_{ABy} = -(P + qa)$$



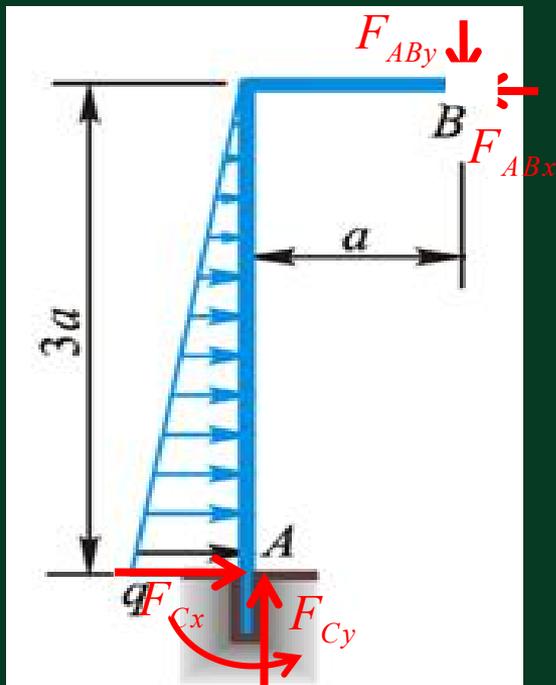
取 $AB$ 杆（不含销钉 $B$ ），画受力图。

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} + \frac{1}{2} \cdot q \cdot 3a - F_{ABx} = 0$$

$\Rightarrow F_{Ax} = -qa$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F_{ABy} = 0$$

$\Rightarrow F_{Ay} = P + qa$

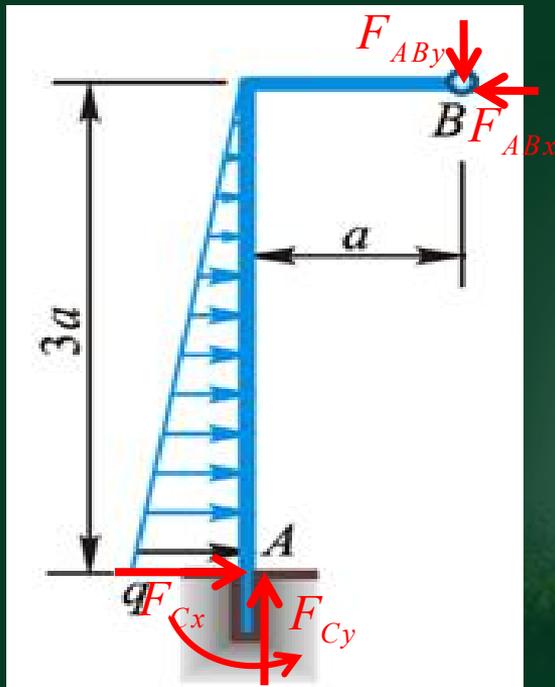


取 $AB$ 杆（不含销钉 $B$ ），画受力图。

$$\sum M_A = 0$$

$$M_A - \frac{1}{2} \cdot q \cdot 3a \cdot a + F_{ABx} \cdot 3a - F_{ABy} \cdot a = 0$$

$$\Rightarrow M_A = (P + qa)a$$



# 小结



在线开放课程

- 1、对于连续梁物体系统，先整体，取其一。
- 2、求矩方程是关键。
- 3、固定端约束要牢记。
- 4、集中力作用在销钉上时，集中力跟随销钉。

谢谢大家！