



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

数理统计的基本概念

样本与统计量

主讲：王丽英

1

总体与个体

2

简单随机样本

3

统计量

总体与个体

一个统计问题总有它明确的研究对象.

研究对象的全体称为**总体**.

总体中每个成员称为**个体**.

样本与统计量



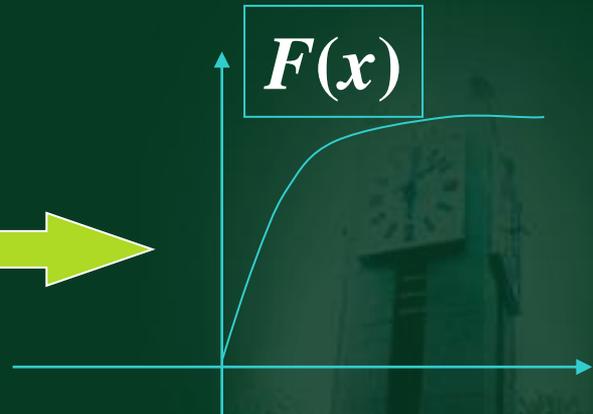
网络精品课程

然而在统计研究中，人们往往关心每个个体的一项（或几项）数量指标和该数量指标在总体中的分布情况。这时，每个个体具有的数量指标的全体就是总体。

样本与统计量

如：研究某个群体的寿命时，我们关心的数量指标就是**寿命**。此总体就可以用随机变量 X 表示，或用其分布函数 $F(x)$ 表示。

寿命 X 可用一概率分布来刻画。



在统计学中, 总体这个概念的要旨
是:

总体就是一个概率分布.

总体与个体

定义 研究对象的某项数量指标的全体称为**总体**.

总体中的元素称为**个体**.

用 X 、 Y 、 Z 等表示总体.

总体与个体

注

- 个体的特性的直接描述并非是数量指标，但总可将其数量化，如检验某学校全体学生的血型。
- 总体分布一般是未知的，有时即使知道其分布类型（如正态分布），但不知分布中所含参数（如 μ, σ^2 ）。

样本与统计量



网络精品课程

总体与个体

考察一块试验田中小麦穗的重量：

X = 所有小麦穗重量的全体；

个体 x —— 每个麦穗重量
对应的分布：



简单随机样本

抽样：从总体中按一定规则抽出一部分个体

样本：从总体中“抽取”的 n 个个体称为
总体的容量为 n 的样本。

记作 X_1, X_2, \dots, X_n 或 (X_1, X_2, \dots, X_n) 。

样本(观测)值： x_1, x_2, \dots, x_n 或 (x_1, x_2, \dots, x_n)

简单随机样本

样本 \rightarrow $\left\{ \begin{array}{l} \text{代表性: } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ 与总体 } X \text{ 同分布;} \\ \text{独立性: } X_1, X_2, \dots, X_n \text{ 相互独立.} \end{array} \right.$

若总体的密度函数为 $f(x)$ ，则其样本的(联合)

密度函数为 $f^*(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i)$.

若总体的分布律为 $P(X=x_j)=p_j$ ，则其样本的(联合)

分布律为 $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = \prod_{i=1}^n p_i$.

简单随机样本



有了总体和样本的概念，
能否直接利用样本来对
总体进行推断呢？

统计量

定义 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个样本，称此样本的任一不含总体分布未知参数的函数为该样本的**统计量**.

统计量

例1 设 X_1, X_2, X_3 是来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 其中 μ 为已知, σ^2 为未知, 判断下列各式哪些是统计量, 哪些不是?

$$T_1 = X_1, \quad T_2 = X_1 + X_2 e^{X_3},$$

$$T_3 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3), \quad T_4 = \max(X_1, X_2, X_3),$$

$$T_5 = X_1 + X_2 - 2\mu,$$

$$T_6 = \frac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2).$$

样本与统计量



网络精品课程

观测值

统计量

常用统计量

样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

样本方差 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2)$

样本标准差 $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$

样本k阶原点矩 $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k, k = 1, 2, \dots$

样本k阶中心矩 $B_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^k, k = 2, 3, \dots$

\bar{x}

s^2

s

a_k

b_k

注 $A_1 = \bar{X}, B_2 = \frac{n-1}{n} S^2$

样本与统计量



网络精品课程

统计量

➤ 若总体 k 阶矩 μ_k 存在，则 $EA_k = \mu_k$ 。

大数定律告诉我们 $A_k \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} \mu_k$ 。

——矩估计法的理论依据。

➤ 样本均值与样本方差总存在且是随机变量；
总体均值与总体方差不一定存在，若存在则是数。

➤ 若总体均值与总体方差存在，则（定理6.1, 6.2）

$$E\bar{X} = EX, D\bar{X} = \frac{DX}{n}, ES^2 = DX.$$

小 结



网络精品课程

- 总体与个体
- 简单随机样本
- 常用的统计量