石家莊鐵道大學 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

随机变量的数字特征

方差

主讲 ： 张少谱

目录

石家莊鐵道大學 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

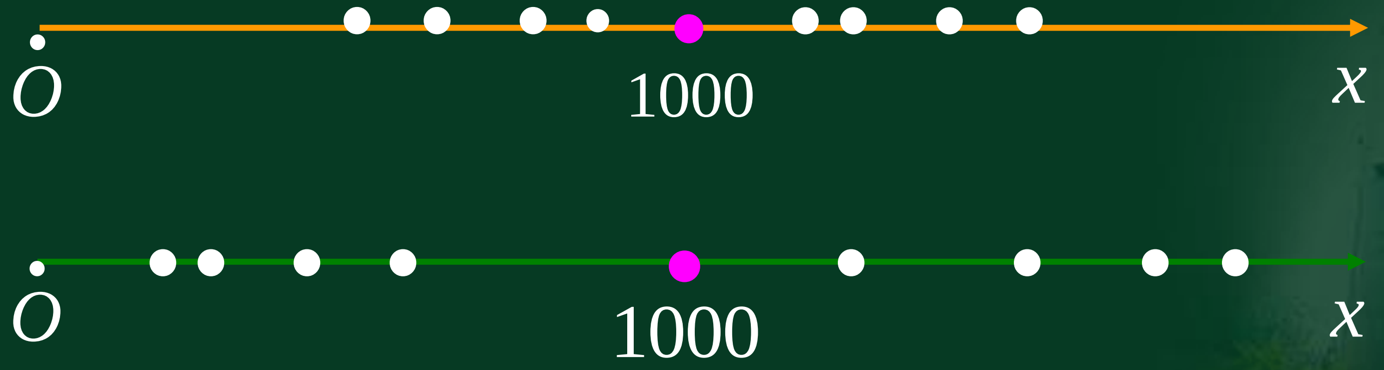
- 方差的定义
- 方差的性质

方差

引入

方差是一个常用来体现随机变量取值分散程度的量.

引例 有两批灯泡,其平均寿命都是 $E(X)=1000$小时.



方差

定义1 若 $E(X-EX)^2$ 存在，则称 $E(X-EX)^2$ 为 X 的**方差**，记为

$$\mathrm{Var}X = DX = E(X-EX)^2$$

称 $\sigma(X)=\sqrt{DX}$ 为 X 的**标准差**.

注1 方差反映了 X 取值的离散程度，即随机变量相对其均值的 **波动程度** .

注2 $DX = EX^2 - (EX)^2$. ——计算方差

注3　随机变量方差的计算（利用定义计算）

离散型随机变量的方差

$$D(X)=\sum_{k=1}^{+\infty}[x_k-E(X)]^2 p_k,$$

其中 $P\{X=x_k\}=p_k, k=1,2,\cdots$ 是 X 的分布律.

连续型随机变量的方差

$$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}[x-E(X)]^2 f(x)\mathrm{d}x,$$

其中 $f(x)$ 是X的概率密度.

方差

方差的意义

方差是一个常用来体现随机变量 X 取值分散程度的量. 如果 $D(X)$ 值大, 表示 X 取值分散程度大, $E(X)$ 的代表性差; 而如果 $D(X)$ 值小, 则表示 X 的取值比较集中, $E(X)$ 的代表性好.

方差

例1 设 X 的pdf为

$$f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x<1 \\ 2-x, & 1<x<2 \\ 0, & \text{其 它} \end{cases}$$

求 DX.

方差的性质

性质1 $D(C)=0$. (C——Constant)

性质2 $D(aX+b)=a^2DX$.

性质3 $D(X\pm Y)=DX+DY\pm 2E[(X-EX)(Y-EY)]$.

当X与Y独立时，$D(X\pm Y)=DX+DY$.

性质4 $DX=0 \Longleftrightarrow P\{X=C\}=1$. $(C=EX)$

例2 X 与 Y 独立，$DX=6$，$DY=3$，则 $D(2X-Y)=$

常见分布的方差

- 0–1 分布 $B(1, p)$: $p(1-p)$
- 二项分布 $B(n, p)$: $np(1-p)$
- 泊松分布 $P(\lambda)$: λ
- 均匀分布 $U(a, b)$: $(b-a)^2/12$
- 指数分布 $\pi(\lambda)$: $1/\lambda^2$
- 正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$: σ^2