石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

随机变量的数字特征

数学期望

主讲 ： 张少谱

目录

石家莊鐵道大學 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

- 离散型随机变量的数学期望
- 连续型随机变量的数学期望

引例　分赌本问题(产生背景)

A, B 两人赌技相同, 各出赌金100元,并约定先胜三局者为胜, 取得全部 200 元.由于出现意外情况, 在 A 胜 2 局 B 胜1 局时, 不得不终止赌博, 如果要分赌金, 该如何分配才算公平?

数学期望

分析: 假设继续赌两局,则结果有以下四种情况:

A A　　*A B*　　*B A*　　*B B*

把已赌过的三局(*A* 胜2局*B* 胜1局)与上述结果

相结合，即 *A*、*B* 赌完五局,

前三局:　*A* 胜 2 局 *B* 胜 1 局

后二局:　$\boxed{AA \quad AB \quad BA}$　$\boxed{BB}$

A 胜　　*B* 胜

故有, 在赌技相同的情况下，*A*, *B* 最终获胜的可能性大小之比为 3:1

数学期望

即A获胜的概率为$\frac{3}{4}$，而B可获胜的概率为$\frac{1}{4}$.

若设随机变量X为:在A胜2局B胜1局的前提下, 继续赌下去A最终所得的赌金.

则X所取可能值为: 200　　0

其概率分别为: $\frac{3}{4}$　　$\frac{1}{4}$

因而A期望所得的赌金即为X的“**期望**”值,

等于 $200\times\frac{3}{4}+0\times\frac{1}{4}=150$(元).

即为 X **的可能值与其概率之积的累加.**

数学期望

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

定义1 X的**数学期望**（简称**期望**，或 **均值**）记作$E(X)$或EX，定义为

离散型

连续型

$$EX=\begin{cases}\sum\limits_{k=1}^{+\infty} x_k P\{X=x_k\} & \text{若}\sum\limits_{k=1}^{+\infty} x_k P\{X=x_k\}\text{绝对收敛}\\ \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx & \text{若}\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx\text{ 绝对收敛}\end{cases}$$

注1 数学期望反映的是随机变量的**平均取值**．

注2 数学期望不一定存在.

数学期望

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

关于定义的几点说明

(1) 级数的绝对收敛性保证了级数的和不随级数各项次序的改变而改变，之所以这样要求是因为数学期望是反映随机变量X 取可能值的平均值,它不应随可能值的排列次序而改变.

(2) 随机变量的数学期望与一般变量的算术平均值不同.

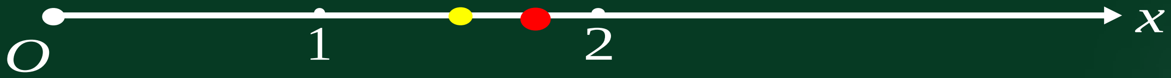
数学期望

假设

X	1	2
p	0.02	0.98

随机变量 X 的算术平均值为 $\dfrac{1+2}{2}=1.5,$

$$E(X)=1\times 0.02+2\times 0.98=1.98.$$



它从本质上体现了随机变量X 取可能值的平均值.

当随机变量 X 取各个可能值是等概率分布时，X 的期望值与算术平均值相等.

数学期望

例1　谁的技术比较好?

甲乙两个射手，他们射击的分布律分别为

甲射手

击中环数	8	9	10
概率	0.3	0.1	0.6

乙射手

击中环数	8	9	10
概率	0.2	0.5	0.3

试问哪个射手技术较好?

数学期望

例2 设X的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.2	0.1	0.4	0.3

求 EX.

例3 设X的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}1+x, & -1\le x\le 0\\ 1-x, & 0<x\le 1\\ 0, & \text{其 它}\end{cases}$$

求 EX.

例4　顾客平均等待多长时间?

设顾客在某银行的窗口等待服务的时间 X(以分计)服从指数分布,其概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{5}\mathrm{e}^{-x/5}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$$

试求顾客等待服务的平均时间?

解　$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x\,f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{0}^{+\infty}x\cdot\frac{1}{5}\mathrm{e}^{-x/5}\,\mathrm{d}x=5$(分钟)

因此,顾客平均等待5分钟就可得到服务.