



石家庄鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

二维随机变量及其分布

二维离散型随机变量函数的分布

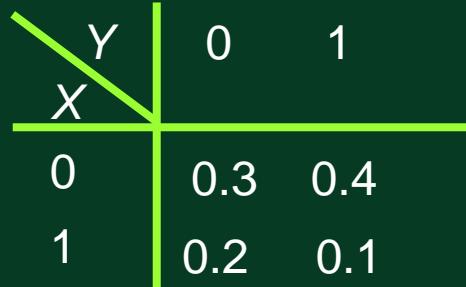
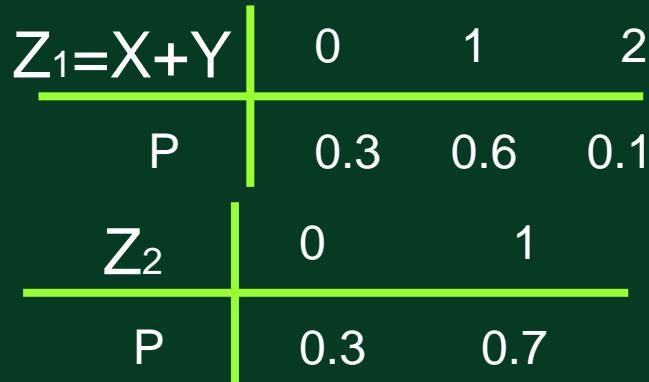
主讲：王亚红

例1 (X, Y) 的分布律为

求 $Z_1=X+Y$, $Z_2=\max\{X, Y\}$

的分布律.

解



例2 设 $X \sim P(\lambda_1)$, $Y \sim P(\lambda_2)$,

且 X 与 Y 相互独立,

则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$

分析

$$P\{X = i\} = \frac{\lambda_1^i e^{-\lambda_1}}{i!}, i = 0, 1, 2\dots$$

$$P\{Y = i\} = \frac{\lambda_2^i e^{-\lambda_2}}{i!}, i = 0, 1, 2\dots$$

$$\begin{aligned} P\{X+Y=k\} &= \sum_{i=0}^k P\{X=i, Y=k-i\} \\ &= \sum_{i=0}^k P\{X=i\}P\{Y=k-i\} \\ &= \sum_{i=0}^k \frac{\lambda_1^i e^{-\lambda_1}}{i!} \frac{\lambda_2^{k-i} e^{-\lambda_2}}{(k-i)!} \\ &= e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} \sum_{i=0}^k \frac{\lambda_1^i}{i!} \frac{\lambda_2^{k-i}}{(k-i)!} = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} \sum_{i=0}^k C_k^i \frac{\lambda_1^i \lambda_2^{k-i}}{k!} \end{aligned}$$

$$= \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^k e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{k!}$$

$$Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$$

类似地，设 $X \sim B(n_1, p)$, $Y \sim B(n_2, p)$,

且 X 与 Y 相互独立,

则 $Z = X + Y \sim B(n_1 + n_2, p)$

二项分布的可加性

结论

若二维离散型随机变量的联合分布律为

$$P\{X = x_i, Y = y_j\} = P_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots,$$

则随机变量函数 $Z = g(X, Y)$ 的分布律为

$$\begin{aligned} P\{Z = z_k\} &= P\{g(X, Y) = z_k\} \\ &= \sum_{z_k = g(x_i y_j)} P_{ij}, \quad k = 1, 2, \dots. \end{aligned}$$

练习 设两个独立的随机变量 X 与 Y 的分布律为

X	1	3
P_X	0.3	0.7

Y	2	4
P_Y	0.6	0.4

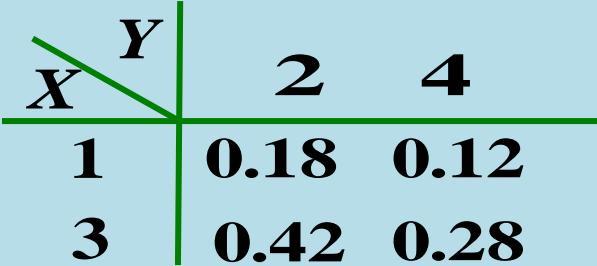
求随机变量 $Z=X+Y$ 的分布律.

解 因为 X 与 Y 相互独立, 所以

$$P\{X = x_i, Y = y_j\} = P\{X = x_i\}P\{Y = y_j\},$$

得

$X \backslash Y$	2	4
1	0.18	0.12
3	0.42	0.28



可得

P	(X, Y)	$Z = X + Y$
0.18	(1, 2)	3
0.12	(1, 4)	5
0.42	(3, 2)	5
0.28	(3, 4)	7

$Z = X + Y$	3	5	7
P	0.18	0.54	0.28

