石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

二维随机变量及其分布

二维离散型随机变量函数的分布

主讲 ： 王亚红

例1 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1
0	0.3	0.4
1	0.2	0.1

求$Z_1=X+Y$, $Z_2=\max\{X, Y\}$ 的分布律.

石家莊鐵道大學 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

解

$Z_1=X+Y$	0	1	2
P	0.3	0.6	0.1

Z_2	0	1
P	0.3	0.7

例2 设 $X \sim P(\lambda_1),\ Y \sim P(\lambda_2)$,

且 X 与 Y 相互独立，

则 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$

分析

$$P\{X = i\} = \frac{\lambda_1{}^i e^{-\lambda_1}}{i\,!}, i = 0, 1, 2 \ldots$$

$$P\{Y = i\} = \frac{\lambda_2{}^i e^{-\lambda_2}}{i\,!}, i = 0, 1, 2 \ldots$$

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

$$P\{X+Y=k\}=\sum_{i=0}^{k}P\{X=i,Y=k-i\}$$

$$=\sum_{i=0}^{k}P\{X=i\}P\{Y=k-i\}$$

$$=\sum_{i=0}^{k}\frac{\lambda_1^{\,i}e^{-\lambda_1}}{i!}\frac{\lambda_2^{\,k-i}e^{-\lambda_2}}{(k-i)!}$$

$$=e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}\sum_{i=0}^{k}\frac{\lambda_1^{\,i}}{i!}\frac{\lambda_2^{\,k-i}}{(k-i)!}=e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}\sum_{i=0}^{k}C_k^i\frac{\lambda_1^{\,i}\lambda_2^{\,k-i}}{k!}$$

$$=\frac{(\lambda_1+\lambda_2)^k e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{k!}$$

$$Z=X+Y\sim P(\lambda_1+\lambda_2)$$

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY
网络精品课程

类似地，设 $X \sim B(n_1, p), \ Y \sim B(n_2, p),$

且 X 与 Y 相互独立，

则 $Z = X + Y \sim B(n_1 + n_2, p)$

二项分布的可加性

结论

若二维离散型随机变量的联合分布律为

$$P\{X=x_i, Y=y_j\}=p_{ij},\quad i,j=1,2,\cdots,$$

则随机变量函数 $Z=g(X,Y)$ 的分布律为

$$P\{Z=z_k\}=P\{g(X,Y)=z_k\}$$

$$=\sum_{z_k=g(x_i y_j)} p_{ij},\qquad k=1,2,\cdots.$$

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

练习 设两个独立的随机变量 X 与 Y 的分布律为

X	1	3
P_X	0.3	0.7

Y	2	4
P_Y	0.6	0.4

求随机变量 $Z=X+Y$ 的分布律.

解 因为 X 与 Y 相互独立, 所以

$$P\{X=x_i, Y=y_j\}=P\{X=x_i\}P\{Y=y_j\},$$

得

$X \backslash Y$	2	4
1	0.18	0.12
3	0.42	0.28

$X \backslash Y$	2	4
1	0.18	0.12
3	0.42	0.28

可得

P	(X,Y)	$Z=X+Y$
0.18	(1,2)	3
0.12	(1,4)	5
0.42	(3,2)	5
0.28	(3,4)	7

$Z=X+Y$	3	5	7
P	0.18	0.54	0.28