



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

二维随机变量及其分布

二维连续型随机变量（一）

主讲：王亚红

一、二维连续型随机变量的概念

定义1 设 (X, Y) 为2维随机变量,
若存在非负函数 $f(x, y)$, 使得

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x, y) dy dx$$

则称 (X, Y) 为**二维连续型随机变量**.

称 $f(x, y)$ 为 (X, Y) 的**概率密度函数**,

或 X 与 Y 的**联合概率密度函数**.

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} = f(x, y) \quad (\text{在 } f(x, y) \text{ 的连续点处})$$

(或使得 $F(x, y)$ 二阶混合偏导连续的点处)

联合概率密度函数的基本性质

➤ 非负性 $f(x, y) \geq 0$

➤ 归一性 $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1$

由联合概率密度函数求事件的概率

$$P\{(X, Y) \in D\} = \iint_D f(x, y) dx dy$$

例1 设 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} k(6 - x - y), & 0 < x < 2, 2 < y < 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) $k = ?$

(2) $P\{X + Y \leq 3\}$.

(3) $P\{X < 1\}$.

提示 利用归一性得 $k = 1/8$

$$P\{X + Y \leq 3\} = \iint_{D: \{(x, y) | x + y \leq 3\}} f(x, y) dx dy$$

$$= \iint_{D_{\text{红}}} \frac{1}{8} (6 - x - y) dx dy = \int_0^1 dx \int_2^{3-x} \frac{1}{8} (6 - x - y) dy = \frac{5}{24}.$$

