



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

# 二维随机变量及其分布

## 二维离散型随机变量

主讲：王亚红

# 一、二维离散型随机变量

**定义1** 若 $(X, Y)$ 的可能取值为有限对或可列对,则称 $(X, Y)$ 为**二维离散型随机变量**.

称  $P\{X=x_i, Y=y_j\} = p_{ij}$  ( $i, j=1, 2, \dots$ ) 为  $(X, Y)$ 的**联合分布律**

二维表格

$X \backslash Y$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_j$	$\dots$
$x_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	$\dots$	$p_{1j}$	$\dots$
$x_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	$\dots$	$p_{2j}$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$x_i$	$p_{i1}$	$p_{i2}$	$\dots$	$p_{ij}$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

# 联合分布律的基本性质

➤ 非负性  $p_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots$

➤ 归一性  $\sum_{i,j} p_{ij} = 1$

由联合分布律求事件的概率

$$P\{(x, y) \in D\} = \sum_{(x_i, y_j) \in D} p_{ij}$$

$X \backslash Y$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_j$	$\dots$	$P\{X = x_i\}$
$x_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	$\dots$	$p_{1j}$	$\dots$	$\sum_{j=1} p_{1j} = p_{1\cdot}$ $p_{2\cdot}$ $\vdots$ $p_{i\cdot}$ $\vdots$
$x_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	$\dots$	$p_{2j}$	$\dots$	
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
$x_i$	$p_{i1}$	$p_{i2}$	$\dots$	$p_{ij}$	$\dots$	
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
$P\{Y = y_j\}$	$\sum_{i=1} p_{i1} = p_{\cdot 1}$	$p_{\cdot 2}$	$\dots$	$p_{\cdot j}$	$\dots$	1

$(X, Y)$  的关于  $X$  和  $Y$  的边缘分布律

**例1** 设一整数 $X$ 随机地在1, 2, 3, 4中取一值, 另一整数 $Y$ 随机地在 $1-X$ 中取一值, 求 $(X, Y)$ 的联合分布律及边缘分布律.

**解**  $P\{X = i, Y = j\}$   
 $= \frac{1}{i} \cdot \frac{1}{4}, i = 1, 2, 3, 4, j \leq i.$

$$P\{X = i, Y = j\} = 0 \quad j > i.$$

# 列表

$X \backslash Y$	1	2	3	4	$P\{X = x_i\}$
1	1/4	0	0	0	1/4
2	1/8	1/8	0	0	1/4
3	1/12	1/12	1/12	0	1/4
4	1/16	1/16	1/16	1/16	1/4
$P\{Y = y_j\}$	25/48	13/48	7/48	3/48	1

# 离散型随机变量的独立性

(以两个为例)

$X$  和  $Y$  相互独立



$$P\{X=x_i, Y=y_j\} = P\{X=x_i\} P\{Y=y_j\}$$

(对于任意的  $i, j$ )

例2 设  $(X, Y)$  的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1	$P\{X=i\}$
0	0.3	0.4	0.7
1	0.2	0.1	0.3
$P\{Y=j\}$	0.5	0.5	



网络精品课程

问  $X$  与  $Y$  是否独立?



**练习** 设 $R.V X$ 与 $Y$ 相互独立,上表列出了 $(X, Y)$ 的联合分布律 及边缘分布率 中的部分数值,  
将其余数值填入表中的空白处.

$Y \backslash X$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$P\{X=x_j\}$
$x_1$	$1/24$	$1/8$	$1/12$	$1/4$
$x_2$	$1/8$	$1/3$	$7/24$	$3/4$
$P\{Y=y_j\}$	$1/6$	$11/24$	$3/8$	$1$

答案参考红色数据的出现次序, 利用独立性, 归一性解决。

