石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

随机变量及其分布

几种常见的连续型随机变量（二）

主讲 ： 王亚红

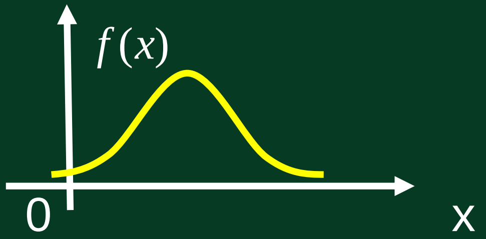
三、正态分布

正态分布是最重要的一种概率分布。正态分布概念是由德国的数学家和天文学家Moivre于1733年首次提出的，但由于德国数学家Gauss率先将其应用于天文学家研究，故正态分布又叫高斯分布.

三、正态分布$(X \sim N(\mu, \sigma^2))$

定义1 称 X 服从参数为$\mu, \sigma^2\ (\sigma>0)$的正态分布，若 X 的密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},\ -\infty<x<+\infty$$



$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x=\sqrt{\pi}$$

正态分布密度曲线的特征

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

- f (x) >0

各阶导数连续

关于x=μ 对称

在x=μ 左侧 右侧

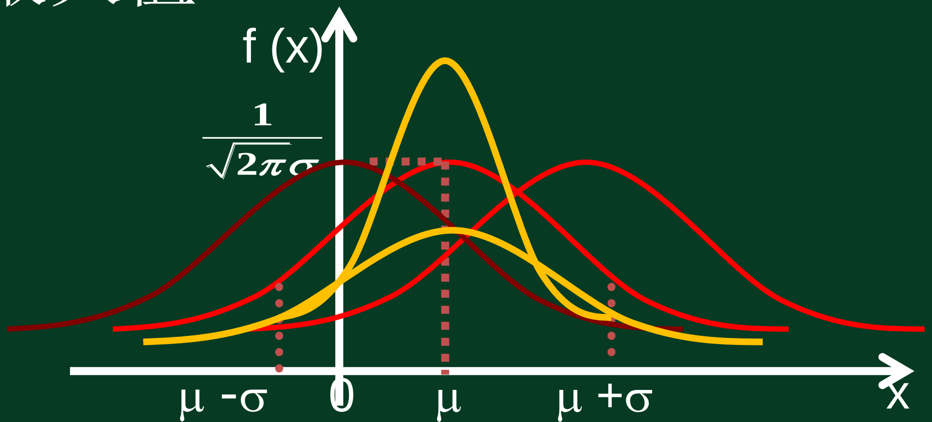
在x=μ 取得最大值

在 $x=\mu$ 处曲线有拐点

以ox轴为渐近线

- μ 是位置参数.

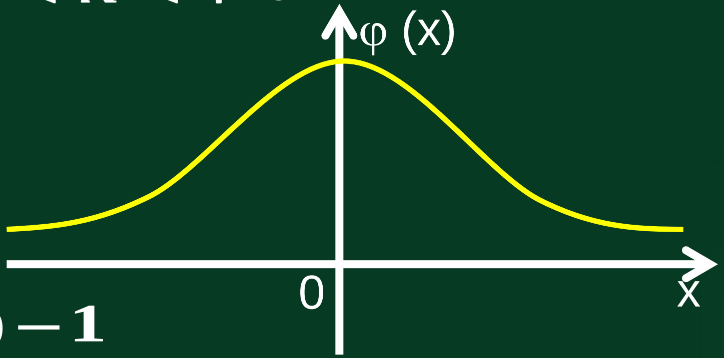
- σ 是形状参数.



标准正态分布N(0, 1)

密度函数记为 $\varphi(x)$, 分布函数记为 $\Phi(x)$.

$$\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}},\quad -\infty<x<+\infty$$



- $\Phi(0)=\frac{1}{2}$
- $\Phi(-x)=1-\Phi(x)$
- $P\{|X|\le x)=2\Phi(x)-1$
- $X\sim N(\mu,\sigma^2)$, 则

$$\boxed{Z=\frac{X-\mu}{\sigma}\sim N(0,1)}$$

——标准化

查表计算概率

- 若 $X \sim N(0, 1)$，则 $P\{X \le x\} = \Phi(x)$.

当 $x \ge 0$ 时，直接查表.

当 $x < 0$ 时，$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$.

- 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则

$$P\{X \le x\} = P\{\frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{x-\mu}{\sigma}\} = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma}).$$

转化为标准正态分布.

例1 设$X \sim N(0,1)$，利用标准正态分布表计算 1) $P\{X<-2.34\}$; 2) $P\{X>2.34\}$; 3) $P\{|X|<1.14\}$.

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

解 1) $P\{X<-2.34\}=\Phi(-2.34)$

$$=1-\Phi(-2.34)=1-0.9904=0.0096$$

2) $P\{X>2.34\}=1-\Phi(2.34)=0.0096$

3) $P\{|X|<1.14\}=P\{-1.14<X<1.14\}$

$$=\Phi(1.14)-\Phi(-1.14)$$

$$=2\Phi(1.14)-1$$

$$=2\times 0.8729-1=0.7458$$

例2 设$X\sim N(1,4)$，求

1) $P\{0<X<1.6\}$;

2) 求常数C，使得$P\{X>C\}=2P\{X<C\}$

解 $1)P\{0<X<1.6\}=P\{\frac{0-1}{2}<\frac{X-1}{2}<\frac{1.6-1}{2}\}$

$=\Phi(0.3)-\Phi(-0.5)$

$=0.3049$

$2)P\{X>C\}=1-\Phi(\frac{C-1}{2})=2\Phi(\frac{C-1}{2})$

所以，$\Phi(\frac{C-1}{2})=1/3$.查表得$\frac{C-1}{2}$=-0.43,

即C=0. 14

小结

1. 连续型随机变量的密度函数分布函数的概念及性质；
2.均匀分布，指数分布的密度函数
3. 正态分布的密度函数及计算；
4. 一般正态分布和标准正态分布之间的关系.