石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

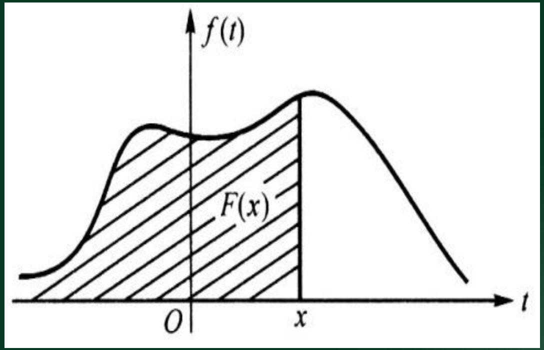
随机变量及其分布

连续型随机变量的基本概念

主讲 ： 王亚红

定义1 设R.V. X 的分布函数为$F(x)$，若存在非负函数 $f(x)$，满足

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$



则称 X 为**连续型随机变量**，

称 $f(x)$为**概率密度函数**，

简称**概率密度**或**密度函数**.

密度函数的基本性质

- 非负性：$f(x) \geq 0$,
- 归一性：$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

连续型随机变量的分布函数

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$$

$f(x) = F'(x)$ （在$F(x)$ 可导点处）

连续型随机变量的分布函数一定连续.

连续型随机变量取特定值的概率为0，

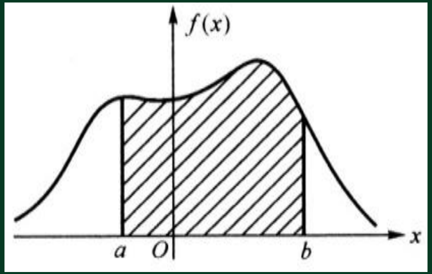
即 $P\{X=a\}=0$

连续型随机变量落在某一区间的概率与区间的开闭无关

$$P\{a<X\le b\}=P\{a\le X\le b\}$$

$$=P\{a<X<b\}=P\{a\le X<b\}$$

$$=\int_a^b f(x)dx$$



曲边梯形面积

例1 设连续型随机变量X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} ke^{-3x} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$$

试确定常数k，并求$P\{X>1\}$.

解 利用密度函数的性质 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$

有 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{0}^{+\infty} ke^{-3x}dx=1$

解得$k=3$

$$P\{X>1\}=\int_{1}^{+\infty} 3e^{-3x}dx=e^{-3}$$

练习 设连续型随机变量X的密度函数为
$$f(x)=\begin{cases} kx & 0<x<1 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$$
试确定常数k，并求$P\{X>0.5\}$.

解 利用密度函数的性质$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$

有
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_0^1 kxdx=1$$
解得$k=2$
$$P\{X>0.5\}=\int_{0.5}^{+\infty} f(x)dx=\int_{0.5}^1 2xdx=0.75$$

例2 设连续型随机变量X的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\frac{x^2}{2}} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$$

试求 (1) 常数A, B; (2) 密度函数f(x);

(3) X落在区间(1, 2)内的概率.

解（1）由 $F(+\infty)=1$, 得$A=1$;

因分布函数在x=0连续，得到A+B=0.

(2) 密度函数 $f(x)=F'(x)=\begin{cases} xe^{-\frac{x^2}{2}} & x>0 \\ 0 & x\le 0 \end{cases}$

(3) $P\{1<X<2\}=F(2)-F(1)\approx 0.4712$