石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

随机变量及其分布

几种常见的离散型随机变量的概率分布

主讲 ：王亚红

1. 两点分布

定义 设随机变量 X 只可能取0与1两个值，它的分布律为

X	0	1
p_k	$1-p$	p

则称 X 服从 **(0–1)** 分布或两点分布.

2. 二项分布

定义 称 X 服从参数为n,p的二项分布

若 X 的分布律为 (X ~ B(n, p))

$$P\{X=k\}=C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0, 1, \cdots, n).$$

- 背景：n重Bernoulli试验中"成功"的次数 X ~ B(n, p)
- B(1, p)即为 0-1分布：

X	0	1
P	1-p	p

$$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k} \quad (k=0,1)$$

例1 已知一批产品中的次品率为0.01，今从产品中任取10件，求取得的产品中至少有两件次品的概率.

解 用R.V.X表示任取10件产品中的次品数，可知$X\sim B(10, 0.01)$

$$P\{X \geq 2\} = 1\text{-}P\{X < 2\} = 1\text{-}P\{X = 1\}$$

$$= 1 - C_{10}^{0} 0.01^{0} 0.99^{10} - C_{10}^{1} 0.01^{1} 0.99^{9}$$

$$\approx 0.005$$

使$P\{X=k\}$取得最大值的 k 称为分布的**最可能值**.

二项分布的最可能值(或最可能成功次数)为

$$m=\begin{cases}[(n+1)p], & 若(n+1)p不是整数\\ (n+1)p和(n+1)p-1, & 若(n+1)p是整数\end{cases}$$

练习 连续抛一枚均匀硬币$2n$次，求正面出现的的最可能次数.

3. 泊松分布

定义 称 X 服从参数为$\lambda(\lambda>0)$的**泊松分布** $(X \sim P(\lambda))$, 若 X 的分布律为

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda},\ k=0,1,2,\cdots$$

背景：一定时间或空间稀有事件发生的次数。如一页中印刷错误出现的次数，某一地区某时间间隔内发生交通事故的次数.

石家庄铁道大学 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY
网络精品课程

例2 设书中每一页印刷错误的个数服从参数 λ=0.5的泊松分布，求在这一页书上至少有一处印刷错误的概率.

解 设书中每一页印刷错误的个数用X表示，依题意，

$$P\{X \geq 1\} = 1 - P\{X = 0\} = 1 - e^{-0.5} \approx 0.385$$

4.几何分布

设在一次试验中仅关心事件A发生或不发生，并假定试验重复进行，在每次重复试验中，事件A发生的概率$P(A)=p$保持不变，则直到事件A首次发生需要的试验次数X是一个随机变量，称该随机变量X服从参数为p的几何分布.

$$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p,\ k=1,2,\cdots$$

例3 设某射手的命中率为$p(0<p<1)$，现其对目标进行射击直到射中为止，求射击次数X的分布律.

解 射击次数X的分布律

$$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p, p=1,2,\cdots$$

小结

1. 理解随机变量，分布函数的概念及性质；
2. 掌握几种常见的离散型随机变量的分布律及其应用.