



石家莊鐵道大學  
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

# 概率论与数理统计

## 随机事件与概率

### 全概率公式

主讲：张少谱

# 目录

---



网络精品课程

- 全概率公式
- 贝叶斯公式

# 全概率公式

引例 五个阄, 其中两个阄内写着“有”字, 三个阄内不写字, 两人依次抓取, 问各人抓到“有”字阄的概率是否相同?

解  $A_i$  表示第  $i$  人抓到“有”字  $i=1,2,3,4,5$ .

则有  $P(A_1) = \frac{2}{5}$ ,

$$\begin{aligned} P(A_2) &= P(A_2\Omega) = P(A_2 \cap (A_1 \cup \bar{A}_1)) \\ &= P(A_1A_2 \cup \bar{A}_1A_2) = P(A_1A_2) + P(\bar{A}_1A_2) \\ &= P(A_1)P(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1)P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

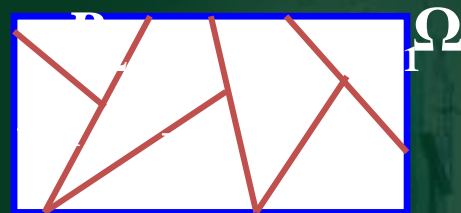


# 全概率公式

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)$$

**条件：**  $B_1, B_2, \dots, B_n$  是样本空间  $\Omega$  的**划分**，

$$P(B_i) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$



**常见形式：**  $P(A_2) = P(B_1)P(A_2|B_1) + P(\bar{B}_1)P(A_2|\bar{B}_1)$

# 全概率公式

**例1** 有3个箱子，第1箱装有4个黑球4个白球，第2箱装有5个黑球3个白球，第3箱装有3个黑球5个白球。现从3个箱子中任取1箱，再从该箱中任取1球，求取出的是白球的概率。

**解** 设  $A = \{\text{取出的是白球}\}$ ,  $A$   
 $B_i = \{\text{取出的球属于第}i\text{箱}\} \quad (i = 1, 2, 3).$

**?** 已知取出的是白球，求它属于第3箱的概率。

# 贝叶斯公式

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A | B_i)}$$

**条件：**  $P(A) > 0$ , 其它同全概率公式.

# 贝叶斯公式

**例2** 已知在人群中肝癌患者占0.4%,用甲胎蛋白试验法进行普查,肝癌患者显示阳性反应的概率为95%,非肝癌患者显示阳性反应的概率为4%.现有一人用甲胎蛋白试验法检查,结果呈阳性,问他是肝癌患者的概率是多少?

**解** 设  $A = \{\text{被检查者是肝癌患者}\}$ ,  $B = \{\text{检查呈阳性}\}$ ,

由题意,  $P(A) = 0.004$ ,  $P(B|A) = 0.95$ ,  $P(B|\bar{A}) = 0.04$ .

所求概率为 **先验概率**

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = 0.087.$$

**后验概率**