



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

概率论与数理统计

随机事件与概率

条件概率

主讲：张少谱

目录

- 条件概率的定义
- 乘法公式



条件概率

引例 掷一颗均匀的骰子，若已知掷出的是偶数点，

问掷出的点数小于4的概率是多少？

B

A

定义 设 A, B 为两个事件，且 $P(B) > 0$ ，称

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

为(事件) B 发生的条件下(事件) A 的条件概率。

条件概率的性质

注意点 $P(B) > 0$

条件概率是概率！

(1) 非负性 $P(A|B) \geq 0$

(2) 规范性 $P(\Omega|B) = 1$

(3) 可列可加性 设 A_1, A_2, \dots 为两两互不相容事件，则有

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i | B\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i | B)$$

条件概率的性质

$$P(\bar{A} | B) = 1 - P(A | B)$$

$$P(A_1 \cup A_2 | B) = P(A_1 | B) + P(A_2 | B) - P(A_1 A_2 | B)$$

条件概率的性质

- 在缩减的样本空间中**直接**计算；
- 在原样本空间中，利用**公式**计算。

例1 箱中有6个红球4个白球，不放回地取两球，
已知第1次取到白球，求第2次取到红球的概率。

B

A

例2 某种动物出生后能活到4岁的概率为40%，
能活到6岁的概率为25%，现有这种动物4岁，
求它能活到6岁的概率。

A

B

乘法公式

$$P(AB) = P(B)P(A|B) \quad (\text{条件: } P(B)>0)$$

$$P(A_1A_2 \cdots A_n) = P(A_1A_2 \cdots A_{n-1})P(A_n | A_1A_2 \cdots A_{n-1})$$

.....

$$P(A_1A_2 \cdots A_n) = P(A_1)P(A_2 | A_1) \cdots P(A_n | A_1A_2 \cdots A_{n-1})$$

$$(\text{条件: } P(A_1A_2 \cdots A_{n-1})>0)$$

乘法公式

例3 一批零件共100个，其中10个不合格品。从中不放回抽取，求第3次才取到不合格品的概率。

解 记 $A_i = \{\text{第 } i \text{ 次取出的是合格品}\} \quad (i = 1, 2, 3)$
则所求概率为

$$\begin{aligned} & P(A_1 A_2 \bar{A}_3) \\ &= P(A_1) P(A_2 | A_1) P(\bar{A}_3 | A_1 A_2) \\ &= \frac{90}{100} \times \frac{89}{99} \times \frac{10}{98} = \frac{89}{1078} \end{aligned}$$

$$\frac{90 \times 89 \times 10}{100 \times 99 \times 98}$$

注 乘法公式求积事件的概率可避免复杂的排列组合计算，从而有利于问题的解决。