石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

自动控制原理

采样控制系统分析

稳定性分析

主讲 ：郑海青

在采样系统的稳定性分析中，可以从s平面和z平面之间的关系中，找出分析采样控制系统稳定性的方法。

一、 z平面内的稳定条件

采样系统稳定的条件：

闭环脉冲传递函数的极点均位于z平面上以原点为圆心的单位圆内。即 $|z_i|<1$

若闭环脉冲传递函数有位于单位圆外的极点，则闭环系统是不稳定的。

二、 z平面和s平面的关系

z变量和s变量的关系为： $z=e^{Ts}$

其中s是复变量：$s=\sigma+j\omega$

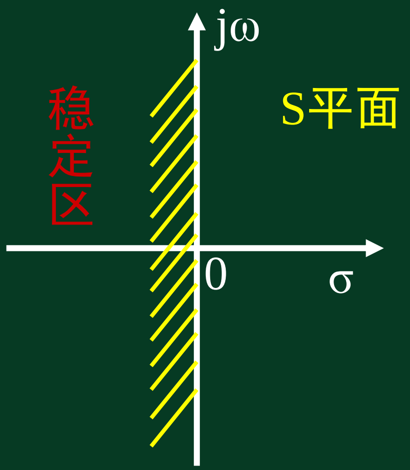
$$z=e^{Ts}=e^{T\sigma}e^{j\omega T}=|z|e^{j\theta}\quad\begin{cases}|z|=e^{T\sigma}\\ \theta=\omega T\end{cases}$$

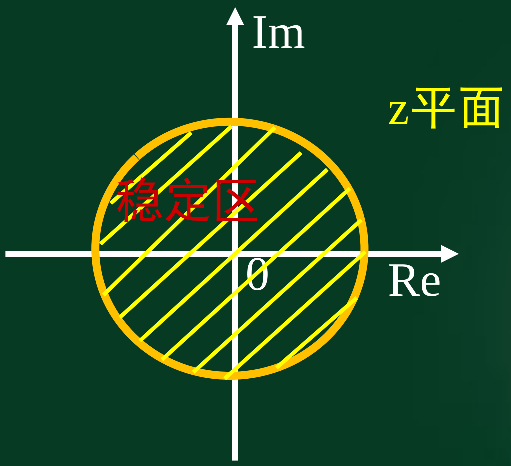
$$z=e^{Ts}=e^{T\sigma}e^{j\omega T}=|z|\,e^{j\theta}\begin{cases}|z|=e^{T\sigma}\\ \theta=\omega T\end{cases}$$

Z平面和S平面的对应关系：

$\sigma<0$	系统稳定	$\lvert z\rvert<1$
$\sigma=0$	临界稳定	$\lvert z\rvert=1$
$\sigma>0$	系统不稳定	$\lvert z\rvert>1$

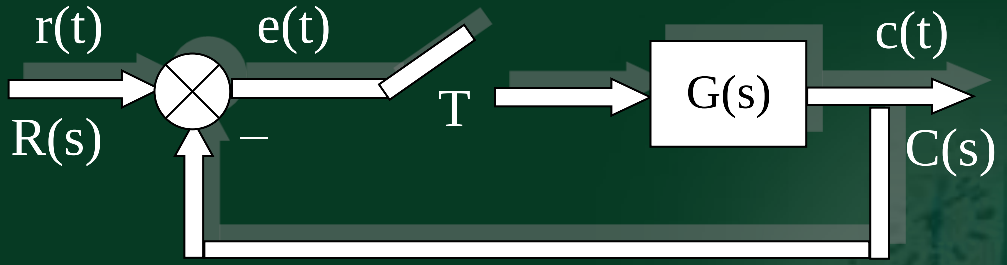
s平面和z平面的稳定域





例　采样控制系统结构如图，判断系统的稳定性。

$$G(s)=\frac{1}{s(s+4)}$$



$T=0.25\ \mathrm{s}$

解：$G(z)=Z[\dfrac{1}{s(s+4)}]=Z[\dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{s}-\dfrac{1}{s+4})]$

$$G(z) = \frac{1}{4}\left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-4T}}\right) = \frac{(1-e^{-4T})z/4}{(z-1)(1-e^{-4T})}$$

$$\Phi(z) = \frac{G(z)}{1+G(z)} = \frac{(1-e^{-4T})z/4}{(z-1)(1-e^{-4T})+(1-e^{-4T})z/4}$$

特征方程式为 $(z-1)(1-e^{-4T})+\frac{1}{4}(1-e^{-4T})z=0$

即 $z^2-1.21z+0.368=0$

$z_{1,2}=0.605\pm j0.044441$

$|z_1|=|z_2|<1$ 稳定

三、劳斯稳定判据

劳斯判据是判断线性连续系统是否稳定的一种简捷的方法。在采样系统中，由于稳定的边界是单位圆而不是虚轴，所以不能直接引用劳斯判据，必须把Z平面上的单位圆内部映射为另一W左半平面，单位圆的外部映射为W右半平面，然后再应用劳斯判据。

根据复变函数双线性变换公式:

令 $z=\dfrac{w+1}{w-1}$ 或 $w=\dfrac{z+1}{z-1}$

设 $z=x+jy$ $w=u+jv$

$$w=\frac{(x^2+y^2)-1}{(x-1)^2+y^2}-j\frac{2y}{(x-1)^2+y^2}=u+jv$$

将Z平面上的特征方程式经过Z→W变换，就可应用劳斯判据判别系统的稳定性。

可得：

$u=0 \longrightarrow |z| = x^2+y^2 = 1$

$u<0 \longrightarrow |z| = x^2+y^2 < 1$

$u>0 \longrightarrow |z| = x^2+y^2 > 1$

例 已知采样控制系统闭环特征方程式

列劳斯表

w^3	1	2
w^2	2	40
w^1	-18	0
w^0	40	0

有二个根在w右半平面，即有两个根在Z平面上的单位圆外，故系统为不稳定。

石家莊鐵道大學 SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

谢谢