



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

自动控制原理

频率特性法

典型环节的频率特性

主讲：王明明

1. 比例环节

传递函数和频率特性

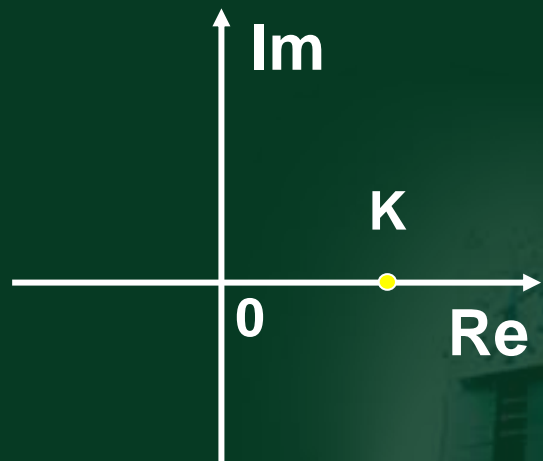
$$G(s)=K \quad G(j\omega)=K$$

幅频特性和相频特性

$$A(\omega)=K \quad \varphi(\omega)=0^\circ$$

(1) 奈氏图

比例环节的奈氏图



奈氏图是实轴上的K点。

(2) 伯德图

对数幅频特性：

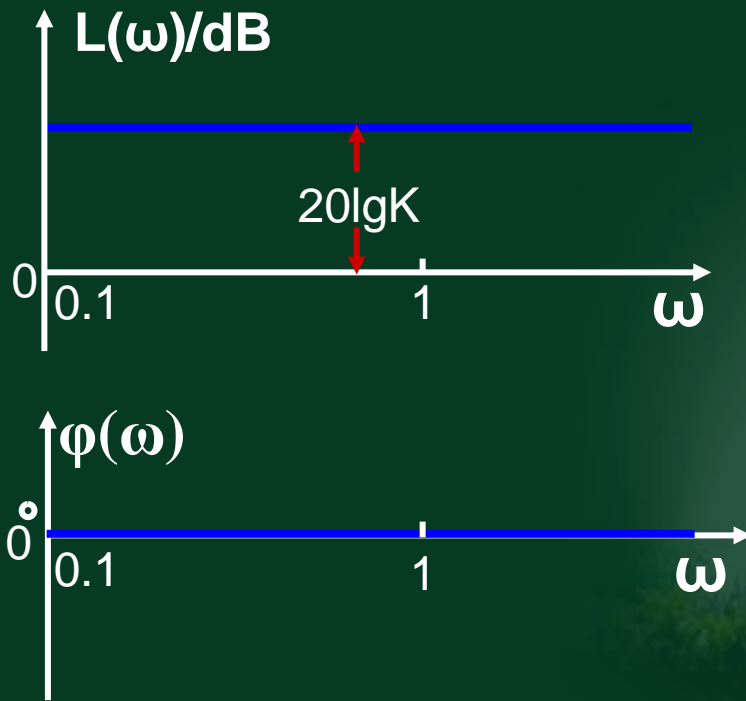
$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

$$= 20 \lg K$$

对数相频特性：

$$\varphi(\omega) = \operatorname{tg}^{-1} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

比例环节的伯德图



2. 积分环节

传递函数和频率特性

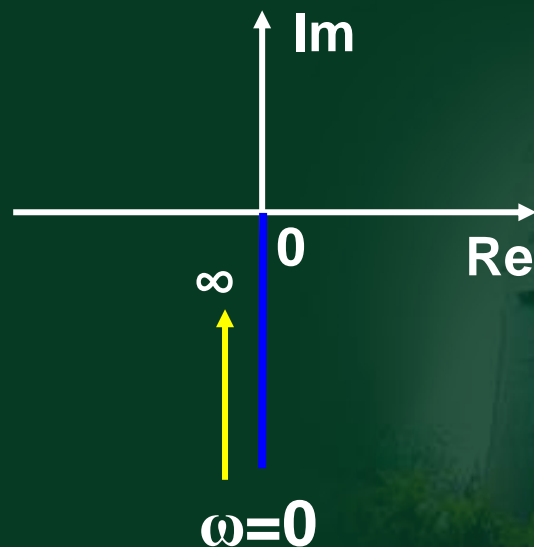
$$G(s) = \frac{1}{s} \quad G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$

幅频特性和相频特性

$$A(\omega) = \frac{1}{\omega} \quad \varphi(\omega) = -90^\circ$$

(1) 奈氏图

积分环节奈氏图



(2) 伯德图

对数幅频特性：

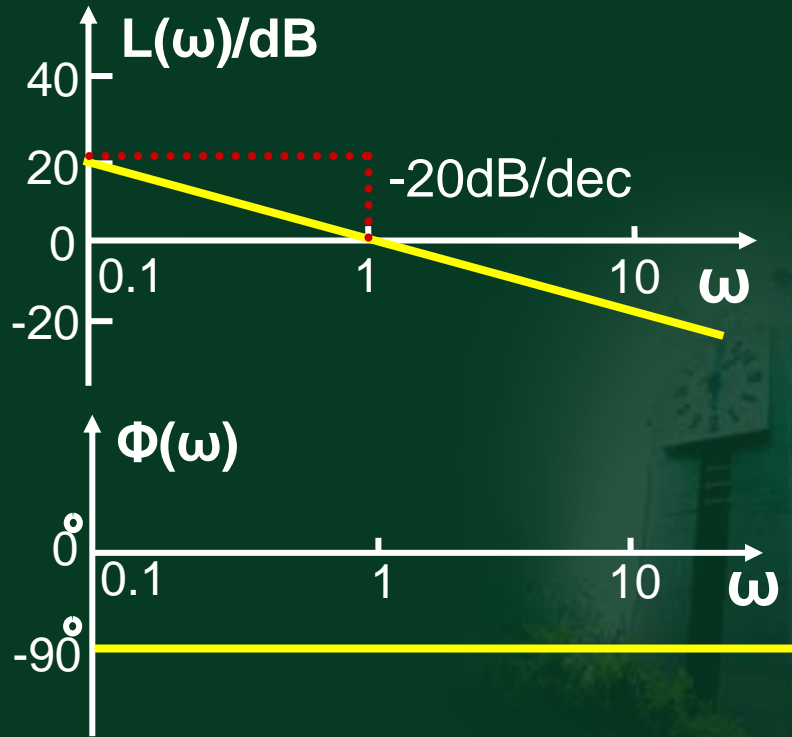
$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

$$= -20 \lg \omega$$

对数相频特性：

$$\varphi(\omega) = -90^\circ$$

积分环节的伯德图



3. 微分环节

传递函数和频率特性

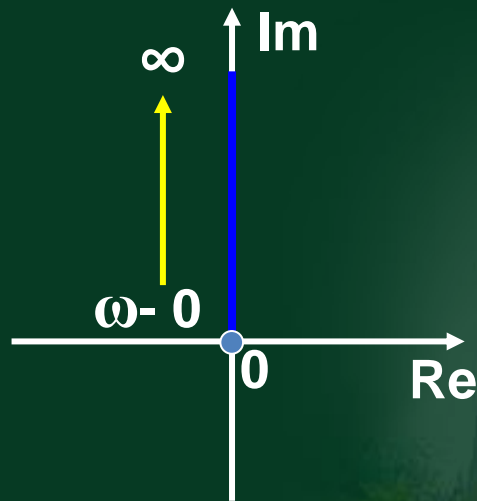
$$G(s)=S \quad G(j\omega)=j\omega$$

幅频特性和相频特性

$$A(\omega)=\omega \quad \varphi(\omega)=90^\circ$$

(1) 奈氏图

微分环节奈氏图



(2) 伯德图

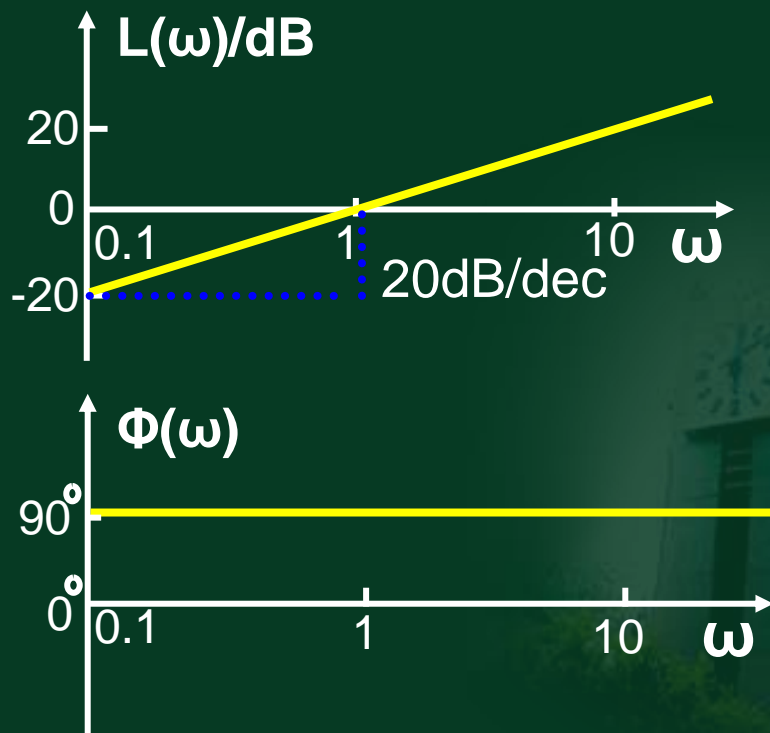
对数幅频特性：

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20\lg A(\omega) \\ &= 20\lg \omega \end{aligned}$$

对数相频特性：

$$\varphi(\omega) = 90^\circ$$

微分环节的伯德图



4. 惯性环节

传递函数和频率特性

$$G(s) = \frac{1}{Ts+1}$$

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega T+1}$$

幅频特性和相频特性

$$\varphi(\omega) = -90^\circ$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\text{tg}^{-1} \omega T$$

(1) 奈氏图

绘制奈氏图近似方法：

根据幅频特性和相频特性求出特殊点,然后将它们平滑连接起来.

取特殊点：

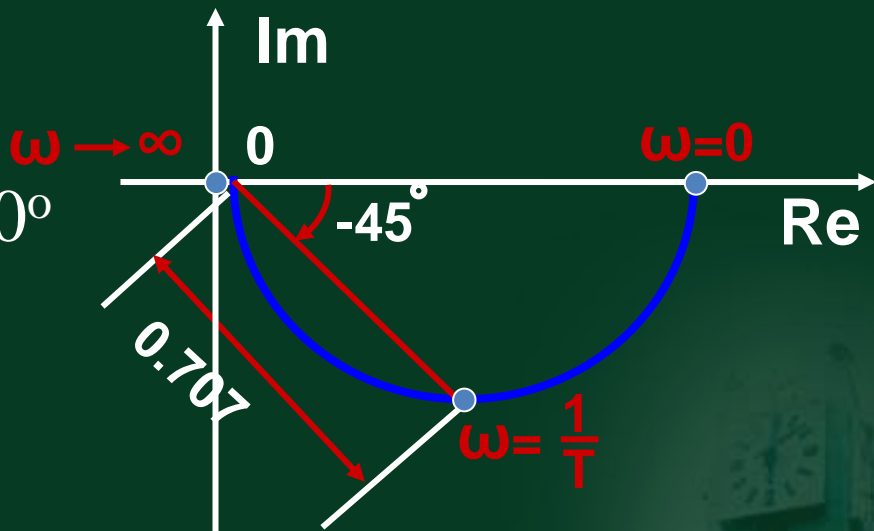
惯性环节的奈氏图

$$\omega=0 \quad A(\omega)=1 \quad \varphi(\omega)=0^\circ$$

$$\omega=\infty \quad A(\omega)=0 \quad \varphi(\omega)=-90^\circ$$

$$\omega = \frac{1}{T} \quad A(\omega)=0.707$$

$$\varphi(\omega)=-45^\circ$$



可以证明： 惯性环节的奈氏图是以 $(1/2, j0)$ 为圆心，以 $1/2$ 为半径的半圆。

(2) 伯德图

惯性环节的伯德图



网络精品课程

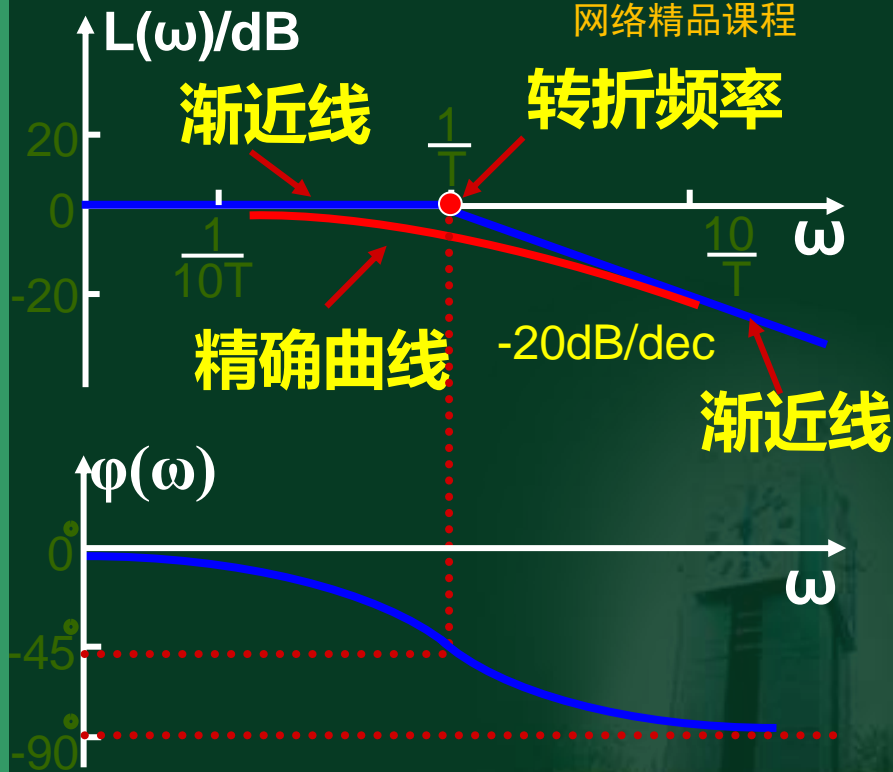
相频特性曲线:

$$\omega=0 \quad \varphi(\omega)=0^\circ$$

$$\omega=1/T \quad \varphi(\omega)=-45^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty$$

$$\varphi(\omega)=-90^\circ$$



5. 一阶微分环节

$$\omega=0$$

$$A(\omega)=1 \quad \varphi(\omega)=0^\circ$$

$$\omega=\infty$$

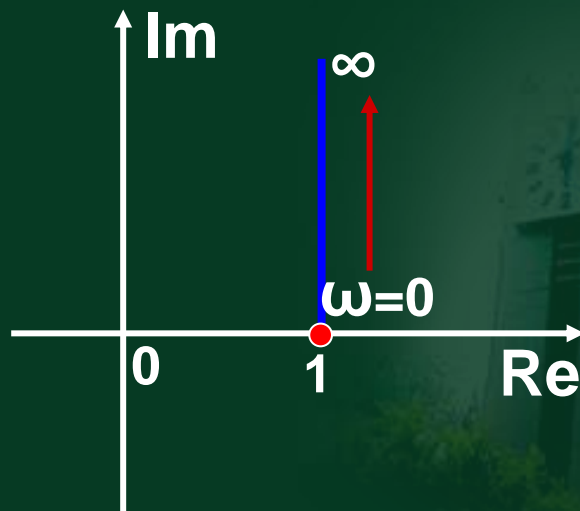
$$A(\omega)=\infty \quad \varphi(\omega)=90^\circ$$

$$A(\omega)=\sqrt{1+(\omega T)^2}$$

$$\varphi(\omega)=\text{tg}^{-1} \omega T$$

(1) 奈氏图

一阶微分环节奈氏图



(2) 伯德图

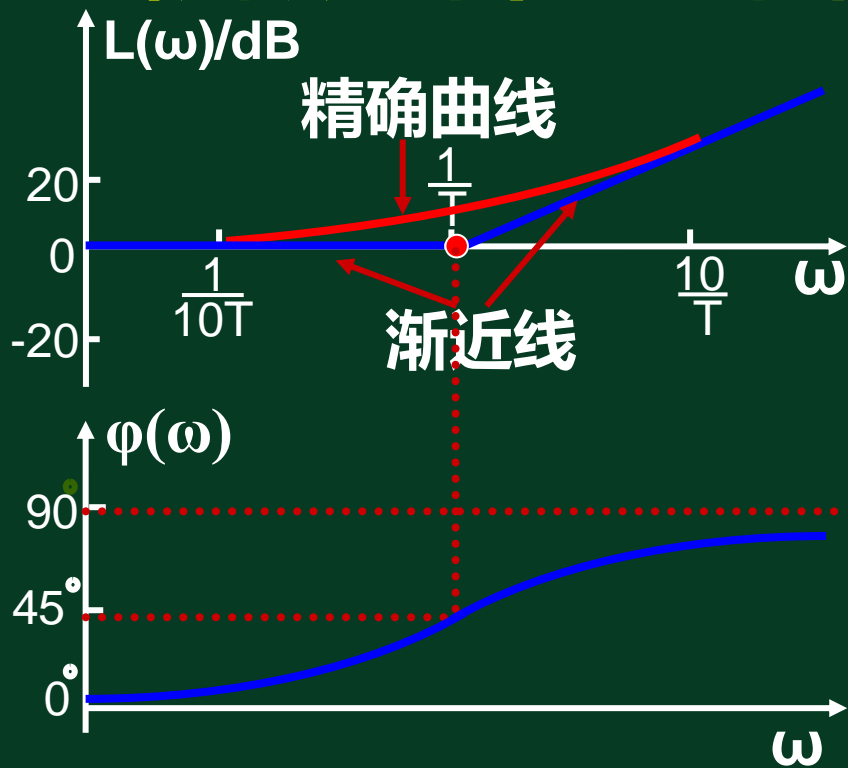
一阶微分环节的频率特性与惯性环节成反比，所以它们的伯德图对称于横轴。

$$G(j\omega)=1+j\omega T \quad G(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega T}$$

对数幅频特性

$$L(\omega)=20\lg \sqrt{1+(\omega T)^2} \quad L(\omega)=20\lg \frac{1}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}$$

一阶微分环节的伯德图



6. 振荡环节

传递函数和频率特性： $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$$G(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + j2\zeta\omega_n\omega}$$

幅频特性和相频特性： $\varphi(\omega) = \text{tg}^{-1} \frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}$

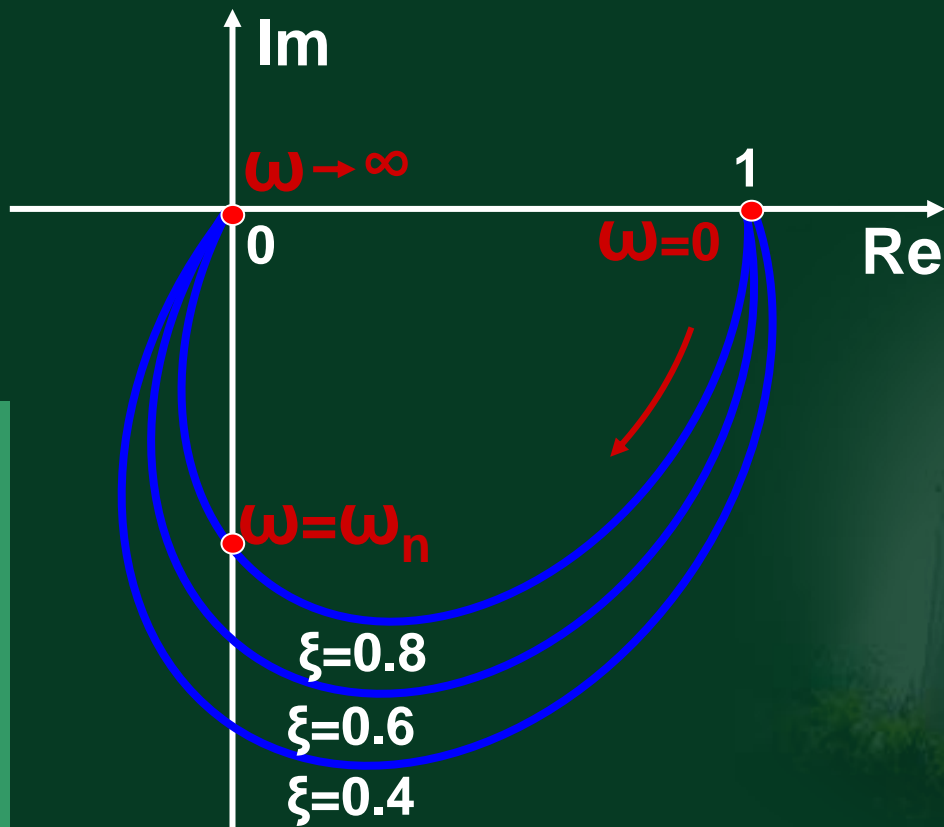
$$A(\omega) = \frac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2\zeta\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

(1) 奈氏图

振荡环节的奈氏图

$$\omega = \infty$$
$$A(\omega) = 0$$
$$\varphi(\omega) = -180^\circ$$

振荡环节的频
率特性曲线因 ζ 值
的不同而异。



振荡环节的伯德图

(2) 伯德图

对数幅频特性:

$$L(\omega) \approx 20 \lg 1 = 0 \text{ dB}$$

L

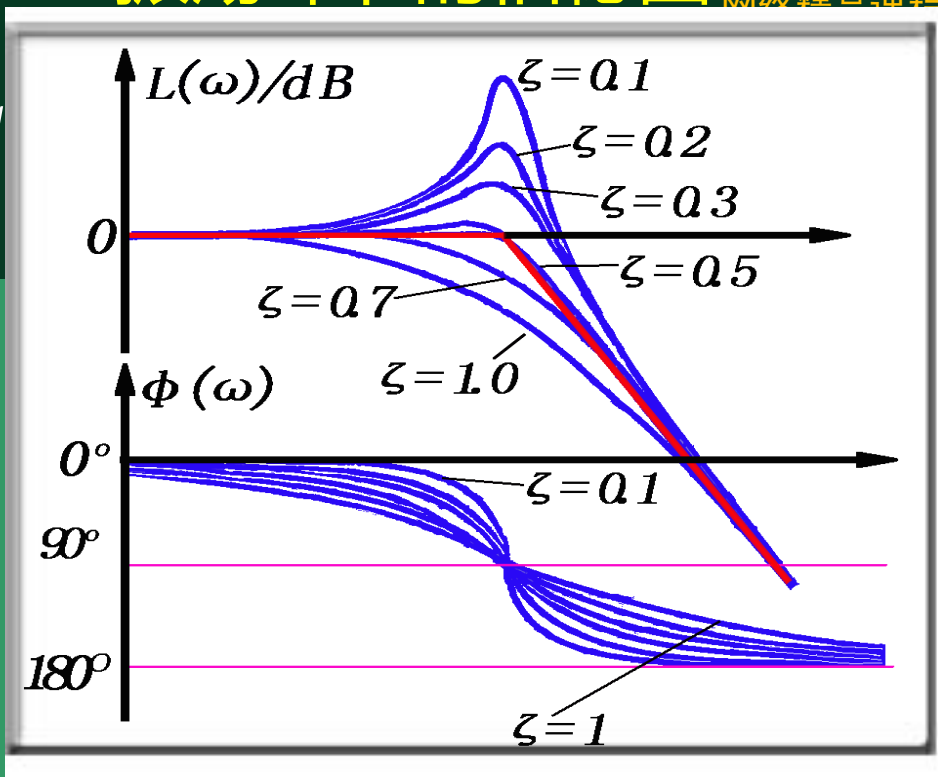
$$L(\omega) \approx -40 \lg \frac{\omega}{\omega_n}$$

对数相频特性:

$$\omega = 0 \quad \varphi(\omega) = 0^\circ$$

$$\omega = \omega_n \quad \varphi(\omega) = -90^\circ$$

$$\omega \rightarrow \infty \quad \varphi(\omega) = -180^\circ$$



$\omega = \omega_n \rightarrow$ 转折频率

精确曲线与渐近线之间存在的误差与 ζ 值有关， ζ 过大或过小，误差都较大，曲线应作出修正。

$$\frac{dA(\omega)}{d\omega}=0 \quad \text{可求得} \quad \omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$(0 \leq \zeta \leq 0.707)$$

代入得

$$M_r = A(\omega_r) = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}}$$

7. 时滞环节

$$G(s) = e^{-\tau s}$$

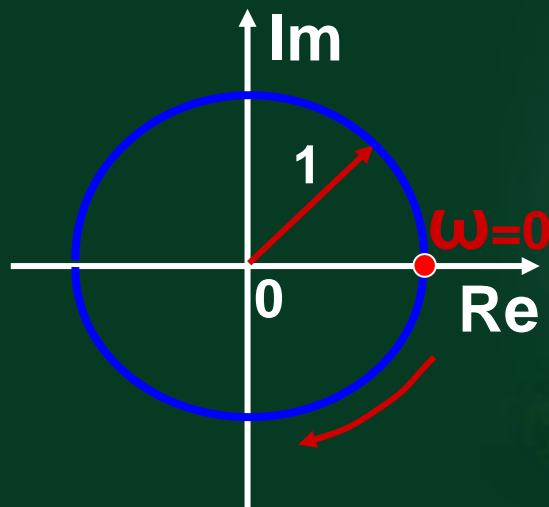
$$G(j\omega) = e^{-j\omega\tau}$$

$$A(\omega) = 1$$

$$\varphi(\omega) = -\tau\omega$$

(1) 奈氏图

时滞环节的
奈氏图是一个
单位圆

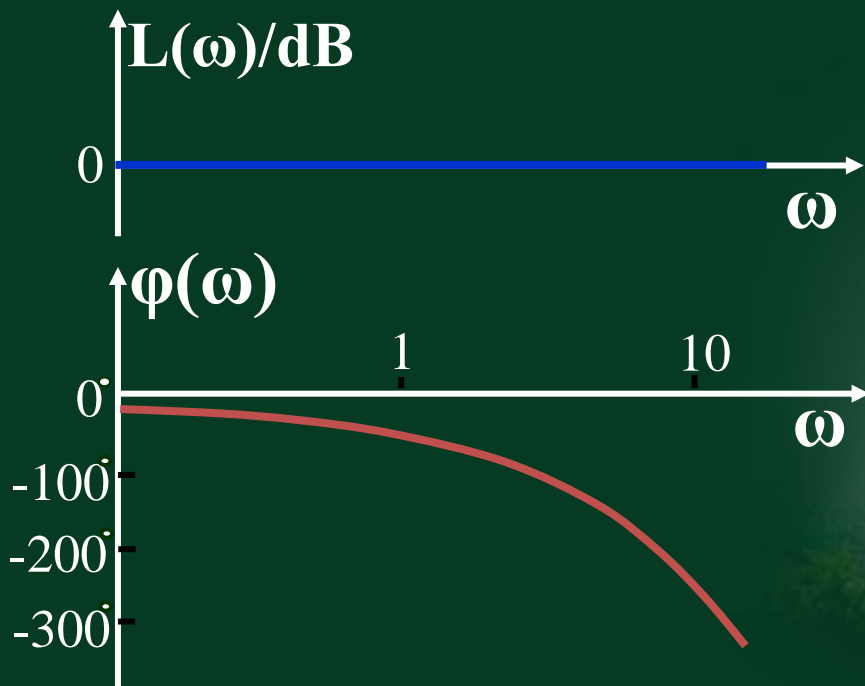


(2) 伯德图

时滞环节的伯德图

$$L(\omega) = 20 \lg 1 = 0$$

$$\varphi(\omega) = -\tau\omega$$



谢谢!