

# 自动控制原理

## 自动控制原理的数学模型

### 动态结构图

主讲：邢卉

## 动态结构图

动态结构图是系统数学模型的另一种形式，它表示出系统中各变量之间的数学关系及信号的传递过程。

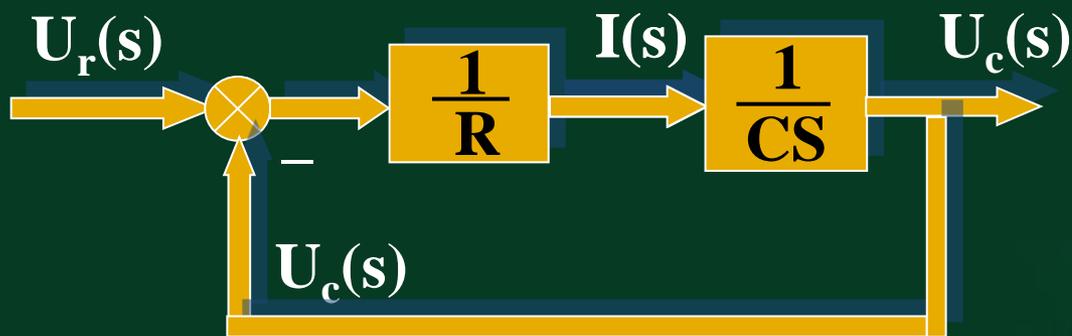
- 一、建立动态结构图的一般步骤
- 二、动态结构图的等效变换与化简



# 一、建立动态结构图的一般方法

根据信号的流向，将各方框依次连接起来，即得系统的动态结构图。

由图可见，系统的动态结构图一般由四种基本符号构成：**信号线、综合点、方框和引出点。**

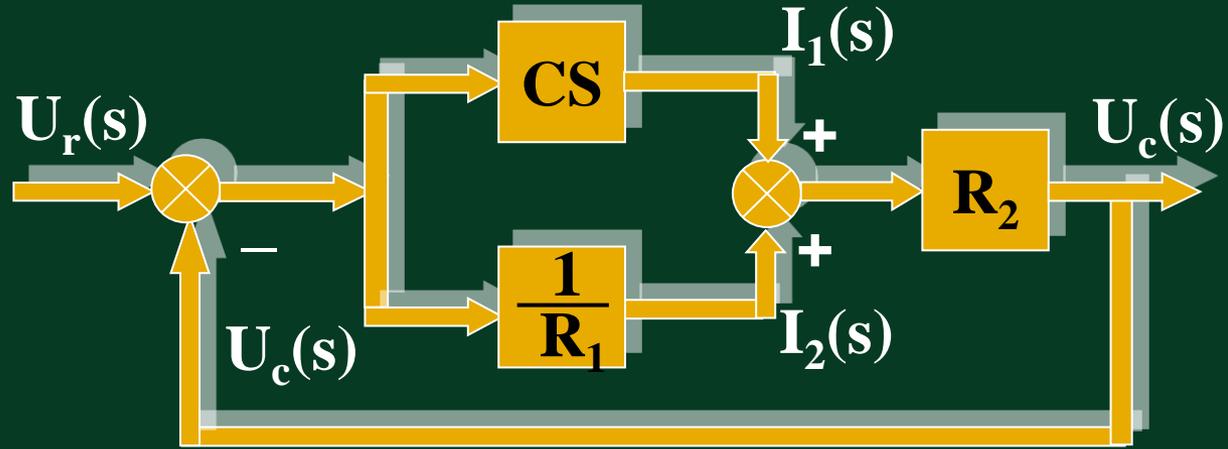


## 绘制动态结构图的一般步骤为：

- (1) 确定系统中各元件或环节的传递函数。**
- (2) 绘出各环节的方框，方框中标出其传递函数、输入量和输出量。**
- (3) 根据信号在系统中的流向，依次将各方框连接起来。**

# 动态结构图

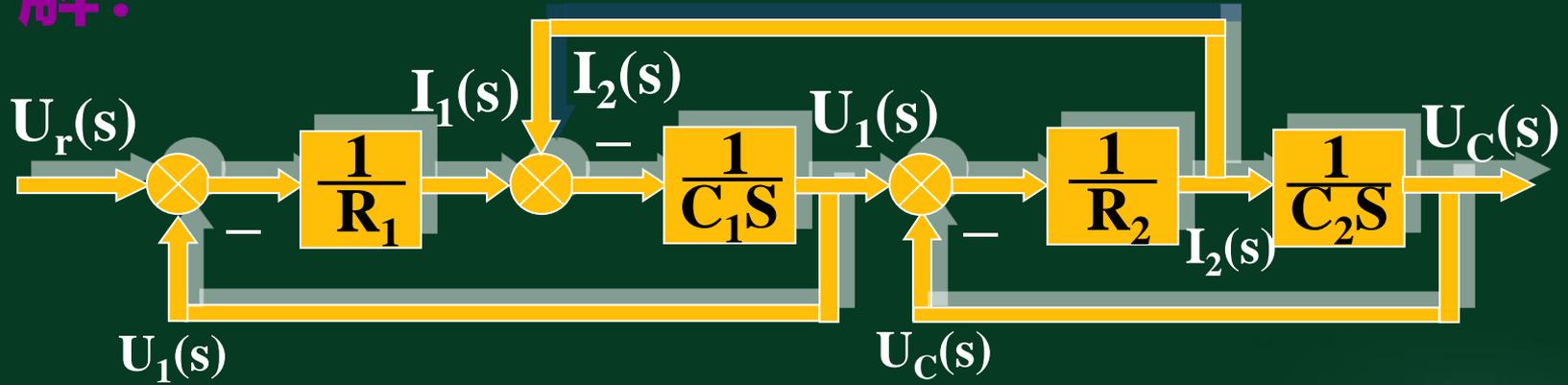
解:



## RC电路动态结构图



解:



## RC串联电路的动态结构图

## 二、动态结构图的等效变换与化简

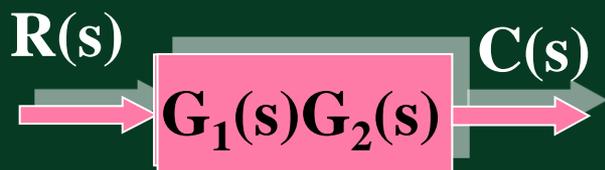
系统的动态结构图直观地反映了系统内部各变量之间的动态关系。将复杂的动态结构图进行化简可求出传递函数。

### 1. 动态结构图的等效变换

**等效变换：**被变换部分的输入量和输出量之间的数学关系，在变换前后保持不变。

## (1) 串联

两个环节串联的变换如图：



$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s)G_2(s)$$

等效

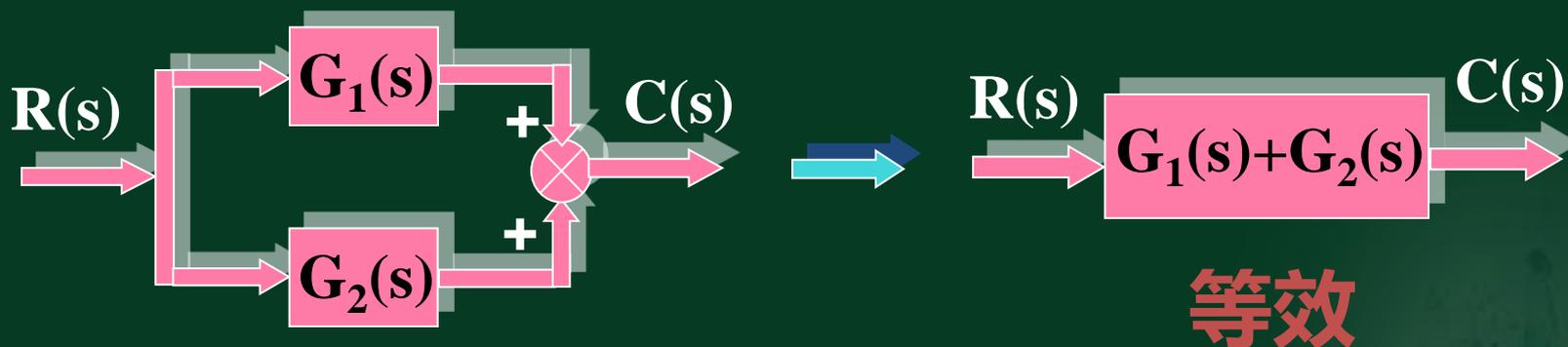


可得n个环节的串联


$$G(s) = \sum_{i=1}^n G_i(s)$$

## (2) 并联

两个环节的并联等效变换如图：



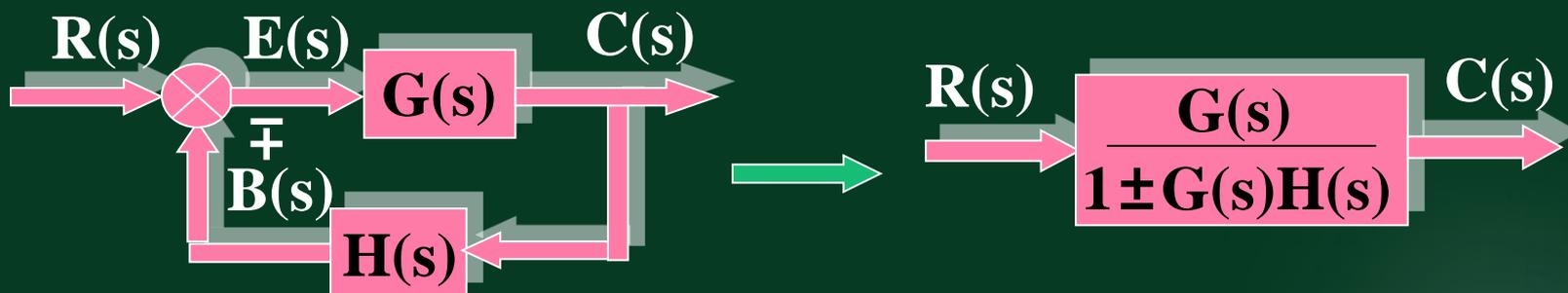
**n个环节的并联**



$$G(s) = \sum_{i=1}^n G_i(s)$$

## (3) 反馈连接

### 环节的反馈连接等效变换：



另：
$$C(s) = E(s)G(s)$$

得：
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)}$$

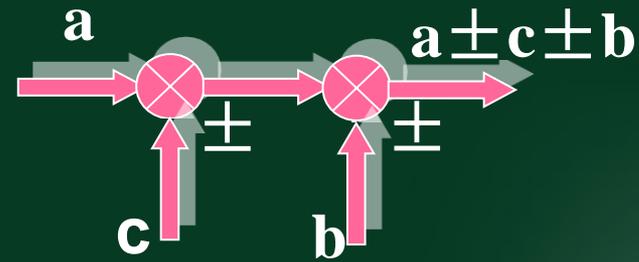
等效



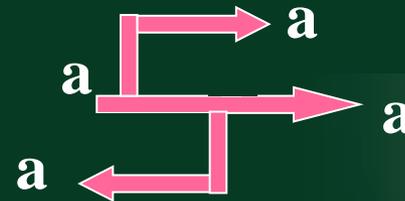
## (4) 综合点和引出点的移动

### 1) 综合点之间或引出点之间的位置交换

综合点之间交换：

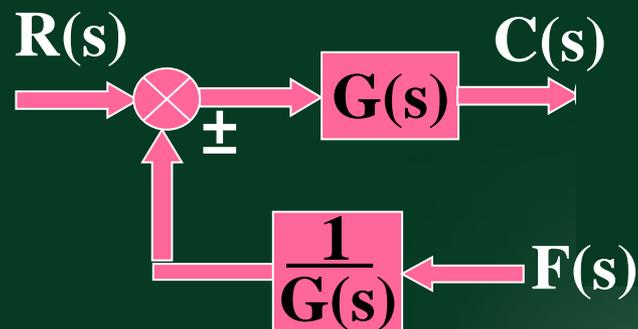
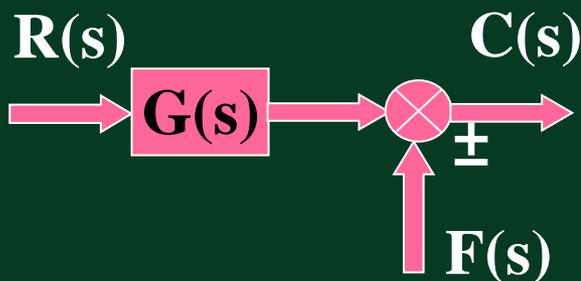


引出点之间的交换：

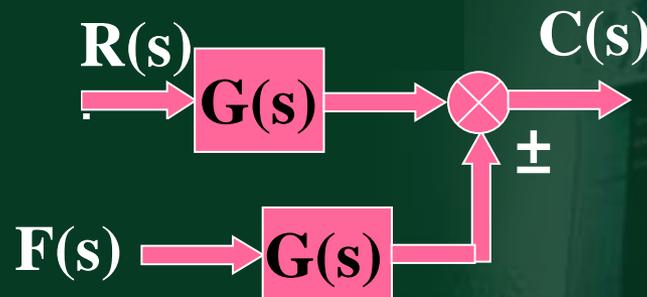
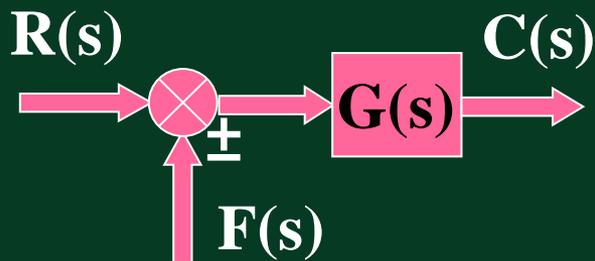


## 2) 综合点相对方框的移动

前移:

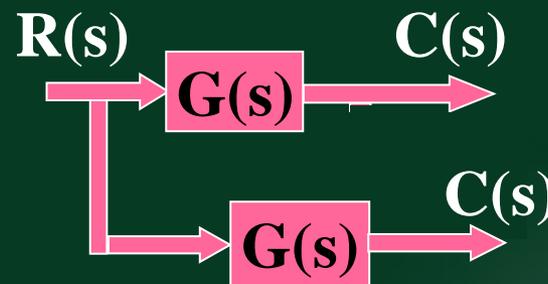
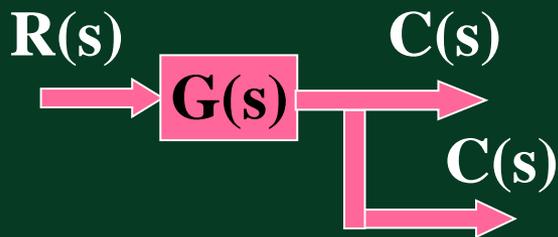


后移:

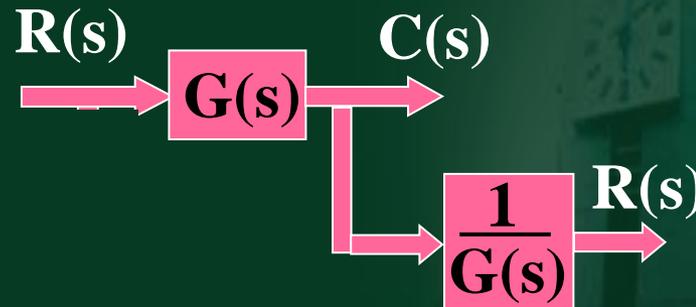
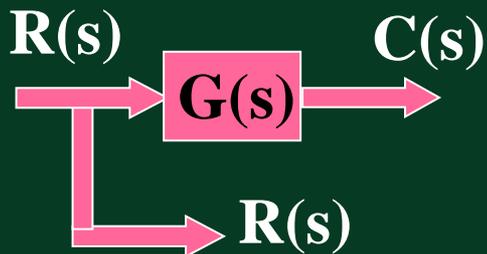


## 3)引出点相对方框的移动

前移:

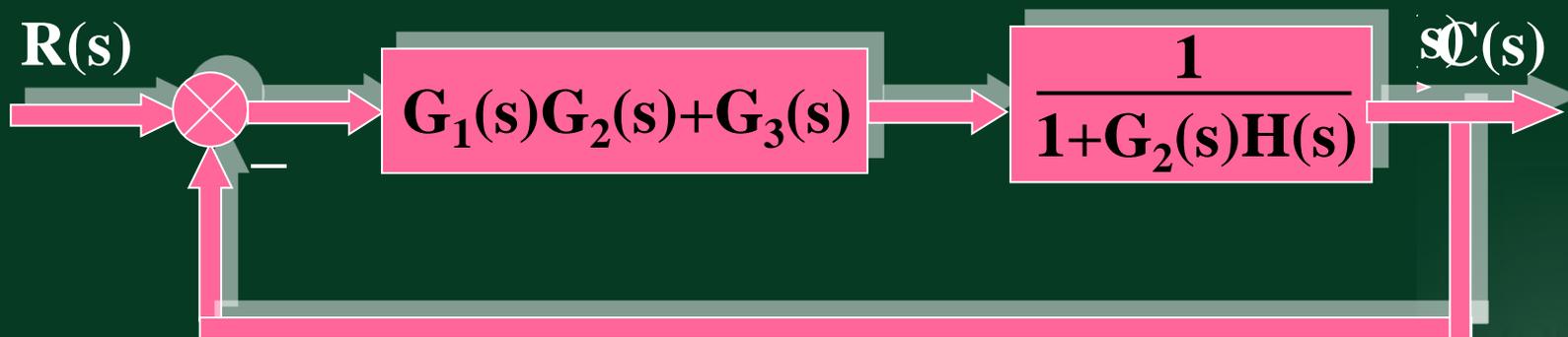


后移:



## 例 化简系统的结构图，求传递函数。

### 等效变换后系统的结构图：



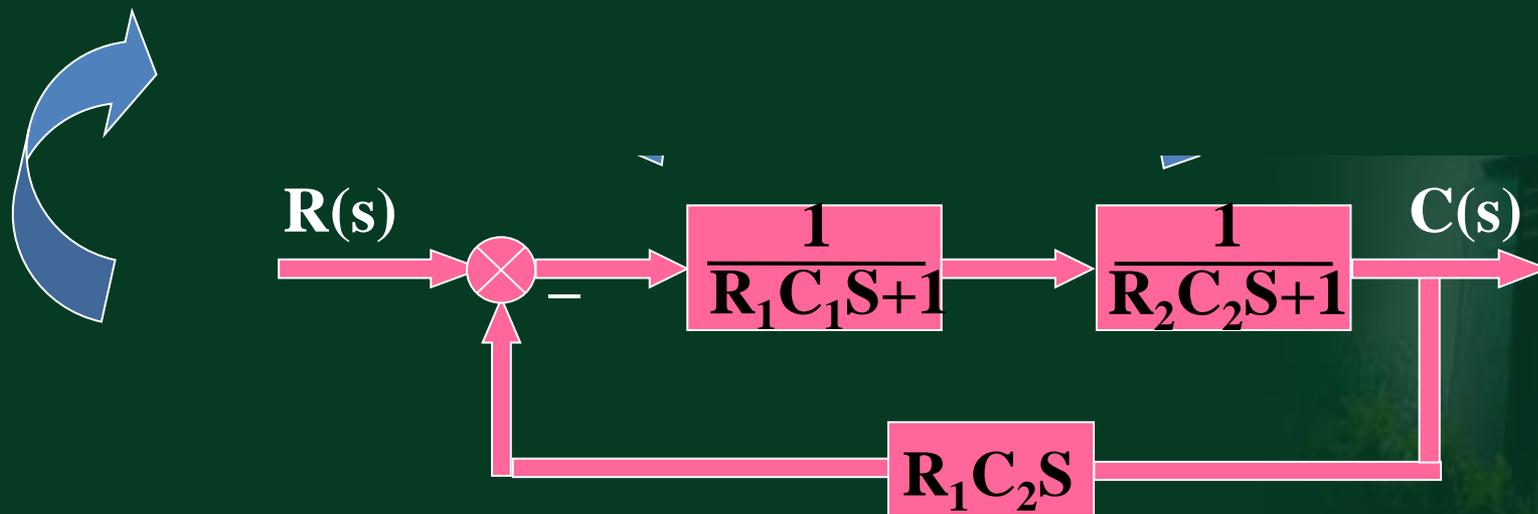
### 求得系统的传递函数：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s) + G_3(s)}{1 + G_2(s)H(s) + G_1(s)G_2(s) + G_3(s)}$$

# 例 求RC串联网络的传递函数。

系统传递函数：

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{(R_1C_1S + 1)(R_2C_2S + 1) + R_1C_2S}$$



## 2. 梅逊公式

**梅逊公式:** 
$$\Phi(s) = \frac{\sum_{k=1}^n P_k \Delta_k}{\Delta}$$

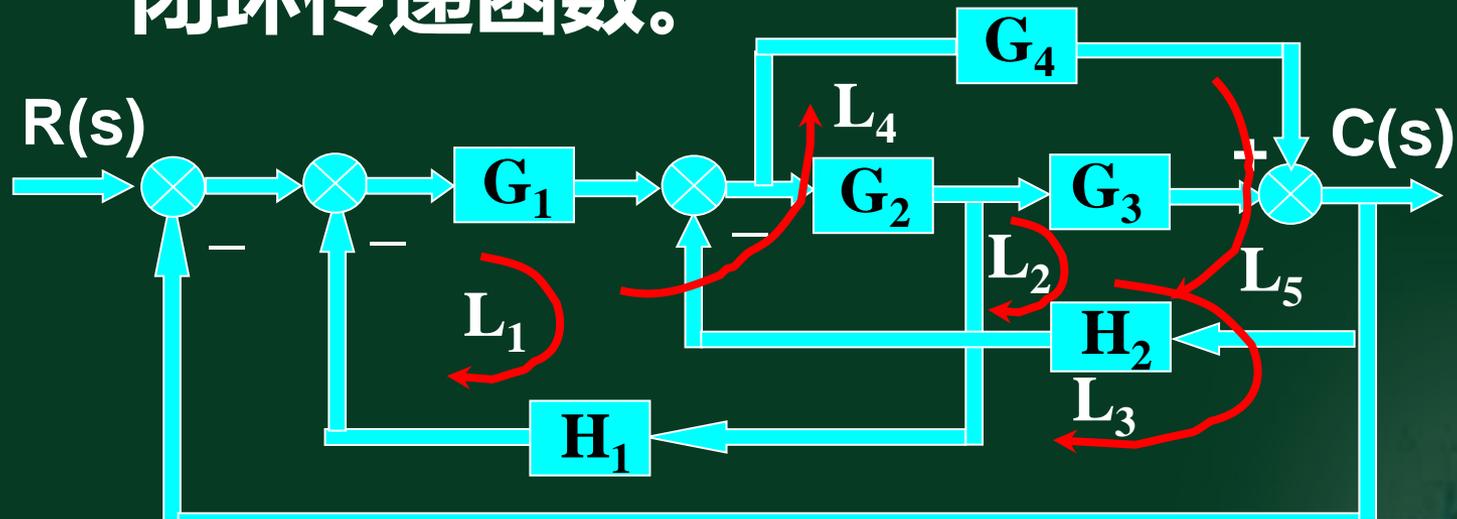
$P_k$  — 第k 条前向通道的传递函数。

$\Delta_k$  — 将 $\Delta$ 中与第 k 条前向通道相接触的回路所在项去掉之后的剩余部分，称为余子式。



$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - \sum L_i L_j L_z + \dots$$

例 系统的动态结构图如图所示，求闭环传递函数。



将 $\Delta$ 、 $P_k$ 、 $\Delta_k$ 代入梅逊公式得传递函数：

$$G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4$$

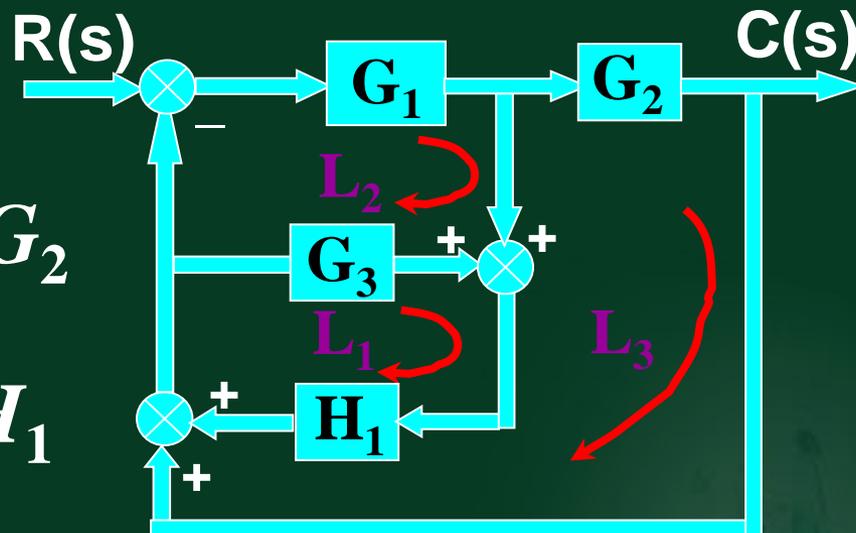
$$= \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 + G_4 H_2}$$

## 例 求系统的闭环传递函数。

**解:**  $L_1 = G_3H_1$

$L_2 = -G_1H_1$     $L_3 = -G_1G_2$

$P_1 = G_1G_2$     $\Delta_1 = 1 - G_3H_1$



$$\Delta = 1 + G_1G_2 + G_1H_1 - G_3H_1$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2(1 - G_3H_1)}{1 + G_1G_2 + G_1H_1 - G_3H_1}$$