石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

高等数学下

常微分方程

微分方程的建立及基本概念

主讲 ：王秋宝

目录

- 本章介绍；
- 引例；
- 微分方程的基本概念。

本章介绍

函数是实际问题中抽象出来的反映客观现实世界运动过程中量与量之间的一种关系，但在实际问题中，函数有时不能直接写出来，却比较容易建立变量和它的导数（或微分）之间的关系，此关系式就是所谓微分方程。建立方程以后，从方程中求出函数，即解微分方程。

本章介绍

1．微分方程基本概念；
2．几类一阶微分方程的解法；
3．线性微分方程解的性质及解的结构定理；
4．可降阶方程的求解方法；
5. 高阶线性常系数齐次和非齐次方程解法；
6. 微分方程应用举例.

引例

例1　一曲线通过点(1, 2)，且在该曲线上任一点处切线的斜率为$2x$，求该曲线方程.

解　设所求曲线的方程为 $y=y(x)$，根据题意和导数的几何意义，该曲线应满足下面关系：

$$\frac{dy}{dx}=2x \qquad (1)$$

和已知条件：　$y(1)=2$　　　(2)

将(1)式两边积分得：　$y=x^2+C$　　　(3)

其中C为任意常数.

将条件（2）代入(3)式，得C=1．故所求的曲线方程为 $y=x^2+1$.

微分方程的基本概念

微分方程 含有未知函数导数(或微分)的方程称为微分方程．微分方程中未知函数的导数(或微分)的最高阶数称为微分方程的阶．

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 2x \qquad \text{一阶}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = g \qquad \text{二阶}$$

$$\frac{\mathrm{d}^3 y}{\mathrm{d}x^3} = a^3 y \qquad \text{三阶}$$

$$(y^{(4)})^6 = y'' + y' \sin x + y^5 - \tan x \qquad \text{四阶}$$

一般地，n 阶微分方程的形式为

$$F(x, y, y', \cdots, y^{(n)}) = 0$$

微分方程的基本概念

微分方程的解　如果一个函数代入微分方程后，能使方程成为恒等式，则这个函数称为该微分方程的解．如果微分方程的解中所含任意常数的个数等于微分方程的阶数；则称此解为微分方程的通解．确定了通解中的任意常数后，所得到的微分方程的解称为微分方程特解.

微分方程的基本概念

微分方程的初始条件　用于确定通解中的任意常数而得到特解的条件称为初始条件.

如果微分方程是一阶的，通常用来确定任意常数的初始条件是：

$$y\big|_{x=x_0}=y_0$$

如果微分方程是二阶的，通常用来确定任意常数的初始条件是：

$$y\big|_{x=x_0}=y_0\,,\quad y'\big|_{x=x_0}=y_1$$

微分方程的基本概念

- **初值问题** **求微分方程满足初始条件的解的问题称为初值问题.**

一阶微分方程的初值问题为：
$$\begin{cases} f(x,y,y')=0 \\ y\big|_{x=x_0}=y_0 \end{cases}$$

二阶微分方程的初值问题为：
$$\begin{cases} f(x,y,y',y'')=0 \\ y\big|_{x=x_0}=y_0\,, \quad y'\big|_{x=x_0}=y_1 \end{cases}$$