石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

高等数学下

多元函数微分学及其应用

多元函数的极值(2)

主讲 ：王秋宝

目录

- 多元函数的最值；
- 条件极值；
- 拉格朗日乘数法；
- 内容小结。

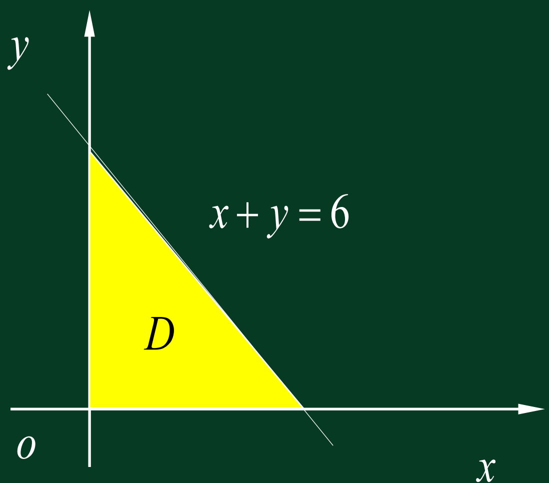
多元函数的最值

有界闭区域D上连续函数求最值的一般方法: 将函数在D内所有驻点处的函数值及在D的边界上的最大值和最小值相互比较, 其中最大者即为最大值, 最小者即为最小值.

注 在通常遇到的实际问题中, 如果根据实际问题的性质, 知道函数的最大值(最小值)一定在D的内部取得, 而函数在D内只有一个驻点, 则该驻点就是函数在D内取得最大值(最小值)的点.

多元函数的最值

例1 求二元函数 $z = f(x, y) = x^2 y(4 - x - y)$ 在直线 $x + y = 6$, x轴和y轴所围成的闭区域D上的最大值与最小值.



条件极值

无条件极值: 对自变量除了限制在定义域内外,并无其他条件;

条件极值: 对自变量有附加条件的极值.

例如：求 $U(x,y)=\ln x+\ln y$ 在条件 $8x+10y=200$ 下的极值点.

方法1 将条件极值转化为无条件极值: 从条件 $8x+10y=200$ 解出 $y=\dfrac{200-8x}{10}$,代入效果函数, 得 $\psi(x)=\ln x+\ln\dfrac{200-8x}{10}$.

拉格朗日乘数法

Lagrange乘子

拉格朗日乘数法: 要求函数 $z=f(x,y)$ 在条件 $\varphi(x,y)=0$ 下的可能极值点,

(1) 构造Lagrange函数 $L(x,y,\lambda)=f(x,y)+\lambda\varphi(x,y).$

(2) 令

$$\begin{cases} L_x=f_x(x,y)+\lambda\varphi_x(x,y)=0, \\ L_y=f_y(x,y)+\lambda\varphi_y(x,y)=0, \\ L_\lambda=\varphi(x,y)=0. \end{cases}$$

(3) 从上面方程组中解出 x,y,λ , 其中 x,y 就是可能的极值点的坐标.

注 此法可推广到多自变量, 多条件情形.

拉格朗日乘数法

例2 将正数12分成三个正数x, y, z之和, 使得$u=x^3y^2z$最大.

内容小结

- 1. 多元函数的极值；
- 2. 多元函数的最值；
- 3. 拉格朗日乘数法。