石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

课程名称

高等数学下

微分法在几何上的应用(2)

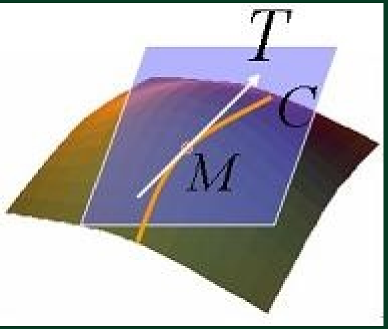
主讲 ：王秋宝

目录

- 曲面的切平面与法线的概念；
- 曲面的切平面与法线；
- 内容小结。

曲面的切平面与法线的概念

设在空间曲面Σ上有一个定点M, C为Σ上过点M的任意一条光滑曲线, 那么在点M处曲线C的切线MT称为曲面Σ在点M处的切线. 一般地, 过曲面上的一点可以作无穷多条切线. 可以证明, 所有这些切线都在一个平面上. 这个平面称为曲面Σ在点M的切平面. 过M点垂直于切平面的直线, 称为曲面Σ在点M的法线.



曲面的切平面与法线

设曲面Σ由方程$F(x, y, z)=0$给出, 若函数$F(x, y, z)$在点M_0处可微且偏导数不全为零, 则曲面Σ上点M_0处的法向量为

$$\boldsymbol{n}=(F'_x(M_0), F'_y(M_0), F'_z(M_0)).$$

点M_0处的切平面方程为

$$F'_x(M_0)(x-x_0)+F'_y(M_0)(y-y_0)+F'_z(M_0)(z-z_0)=0.$$

点M_0处的法线方程为

$$\frac{x-x_0}{F'_x(M_0)}=\frac{y-y_0}{F'_y(M_0)}=\frac{z-z_0}{F'_y(M_0)}.$$

注 若空间曲面方程形为$z=f(x, y)$, 令$F(x, y, z)=f(x, y)-z$或 $G(x, y, z)=z-f(x, y)$, 则

$$\boldsymbol{n}=(f'_x(M_0), f'_y(M_0), -1)\text{或}\boldsymbol{n}=(-f'_x(M_0), -f'_y(M_0), 1).$$

曲面的切平面与法线

例1 求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2 - 1$ 在点(2, 1, 4)处的切平面及法线方程.

例2 求曲面 $z - e^z + 2xy = 3$ 在点(1, 2, 0)处的切平面及法线方程.

内容小结

- 1.　空间曲线的切线与法平面；
- 2.　曲面的切平面与法线.