



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

材料力学

第2章 轴向拉伸和压缩

第4讲 拉压杆的变形

主讲：李皓玉

主要内容

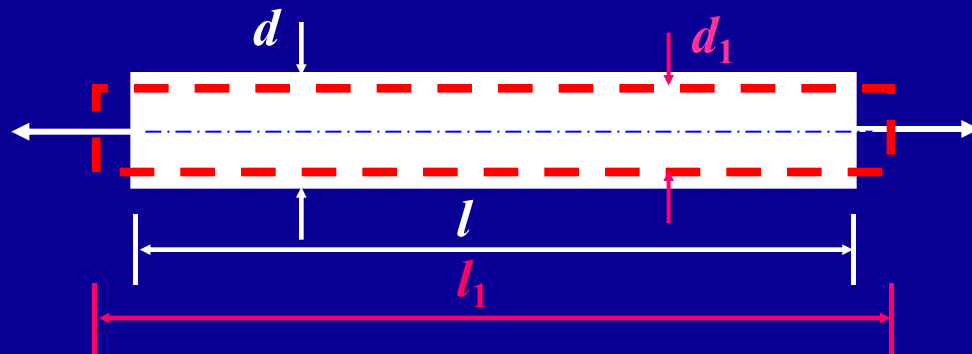
一、拉压杆的变形

二、例题



一、拉压杆的变形

1、绝对变形



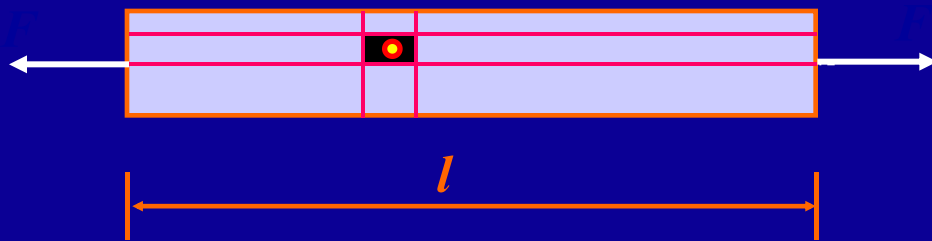
$$\Delta l = l_1 - l \text{ — 轴向变形}$$

$$\Delta d = d_1 - d \text{ — 横向变形}$$

杆的绝对变形与杆的原始尺寸有关，不能表示杆的变形程度。

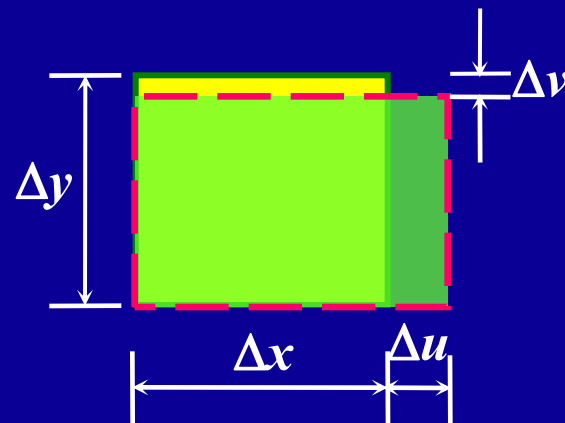
一、拉压杆的变形

2、线应变 构件内一个点的变形。



$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \quad \text{— 轴向线应变}$$

$$\varepsilon' = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad \text{— 横向线应变}$$



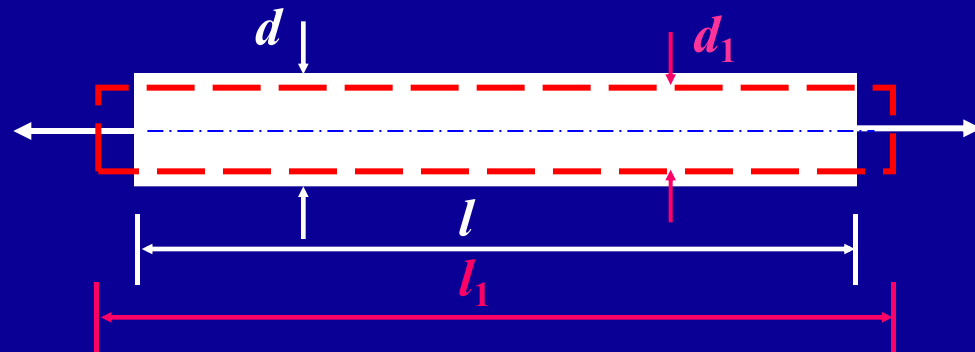
$$\Delta l = l_1 - l$$

$$\Delta d = d_1 - d$$

均匀变形情况 $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ $\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$

一、拉压杆的变形

3、胡克定律



实验证明，线弹性范

围

$$\Delta l \propto \frac{Fl}{A}$$

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} = \frac{F_N l}{EA} \text{ —— 胡克定律}$$

E —弹性模量 材料常数，表示材料抵抗变形的能力，常用单位：GPa。

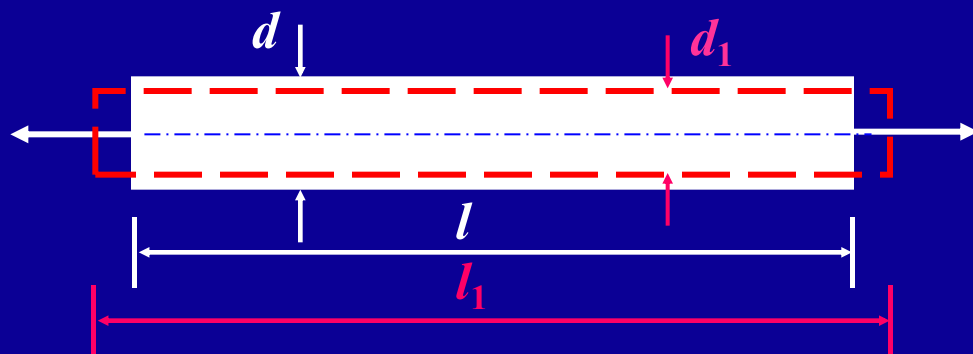
EA —抗拉（压）刚度 表示杆抵抗变形的能力。

一、拉压杆的变形

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} = \frac{F_N l}{EA}$$

正负规定：

和轴力的正负号相对应。



$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F_N}{EA} \longrightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ 或 } \sigma = E\varepsilon$$

此式不仅适用于轴向拉压变形，而且对任何单向应力状态都适用。

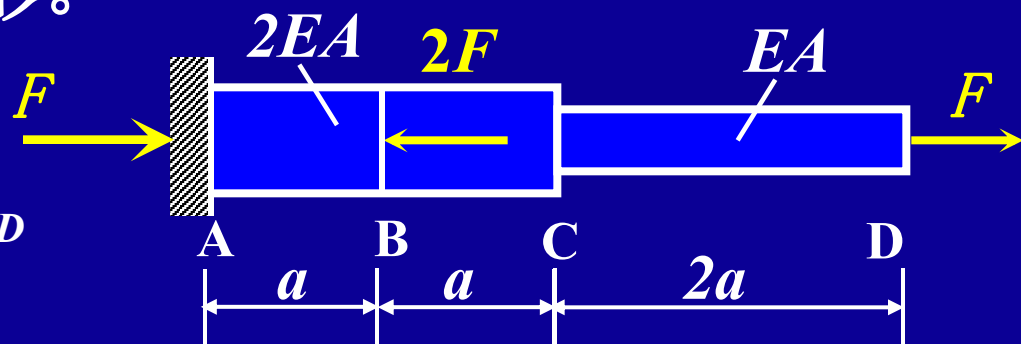
3、泊松关系

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon \quad \mu \text{—泊松比, 材料常数}$$

二、例题

例题：如图所示受力杆件，AC段刚度为 $2EA$ ，CD段刚度为 EA ，求杆的变形。

解：

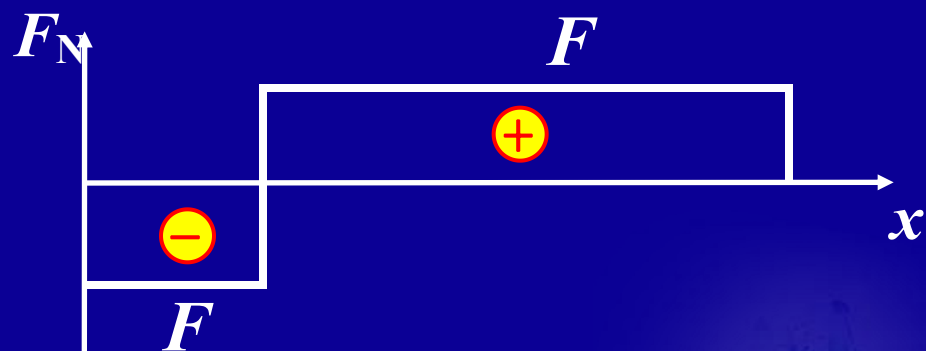


$$\Delta l = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD}$$

$$\Delta l_{AB} = \frac{F_{NAB} l_{AB}}{2EA} = -\frac{Fa}{2EA}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{F_{NBC} l_{BC}}{2EA} = \frac{Fa}{2EA}$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{F_{NCD} l_{CD}}{EA} = \frac{F \cdot 2a}{EA}$$



杆的变形 $\Delta l = \frac{2Fa}{EA}$

二、例题

例题：一吊杆受均布荷载 q 作用，已知杆的刚度为 EA ，求杆的变形。

解：

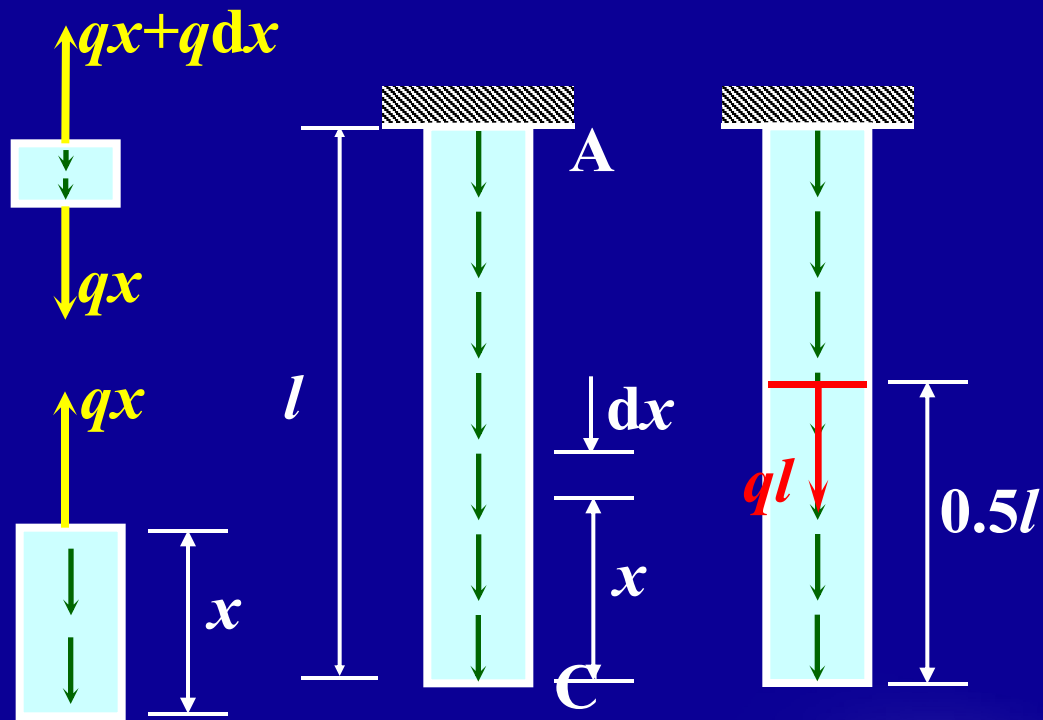
$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

$$F_N = qx$$

qdx 忽略不计

$$d(\Delta l) = \frac{qx}{EA} dx$$

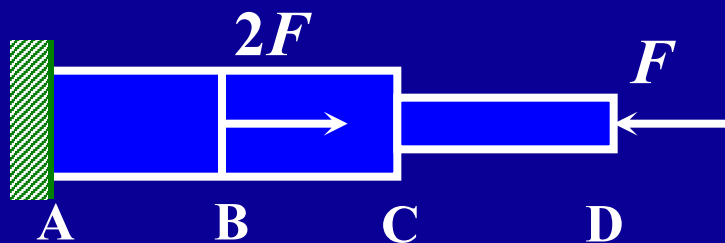
$$\Delta l = \int_0^l \frac{qx}{EA} dx = \frac{ql^2}{2EA} = \frac{ql \times l/2}{EA}$$



二、例题

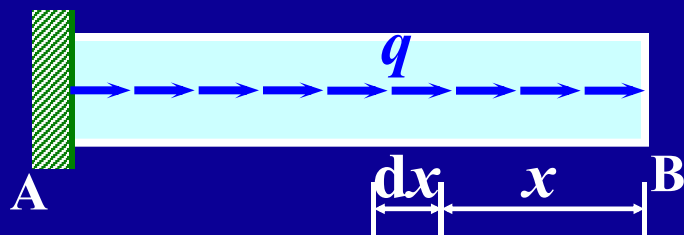
总结:

a、轴力或横截面或弹性模量分段为常数时



$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{F_{Ni} l_i}{E_i A_i}$$

b、轴力是位置坐标的函数时



$$\Delta l = \int_l \frac{F_N(x) dx}{EA}$$