



石家庄铁道大学
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

材料力学

第十一章 构件在组合变形时的强度计算

第五讲 弯扭组合变形

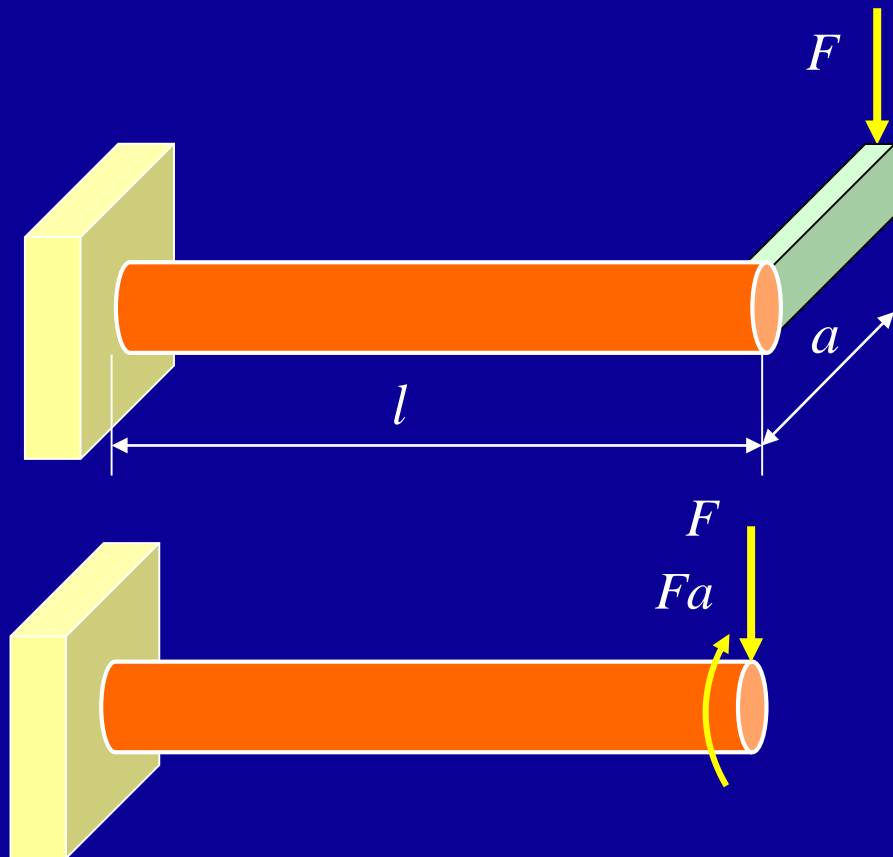
主讲：刘灵灵

主要内容

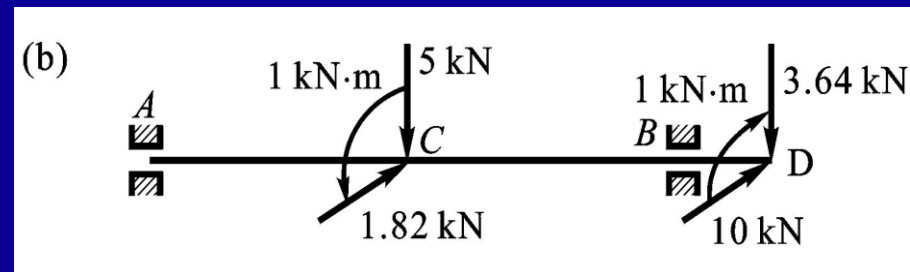
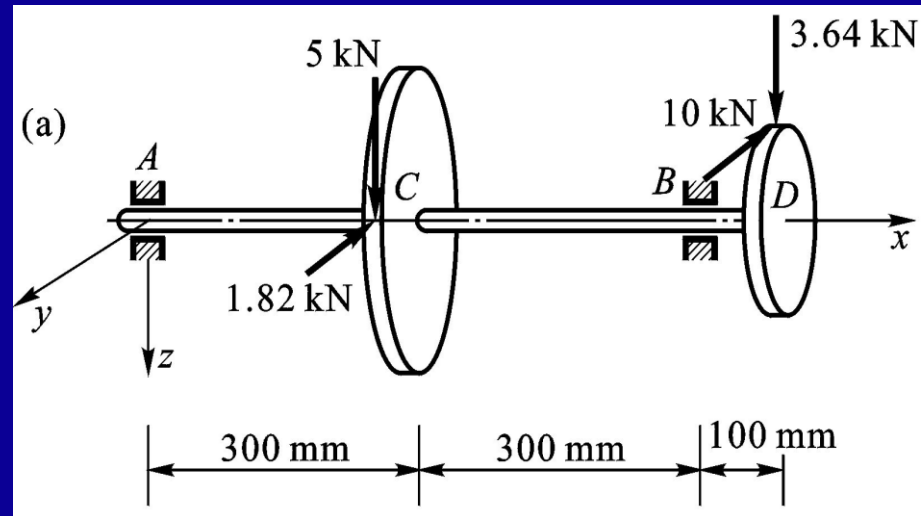
- 一、工程实例
- 二、危险点的确定
- 三、建立强度条件
- 四、例题



一、工程实例

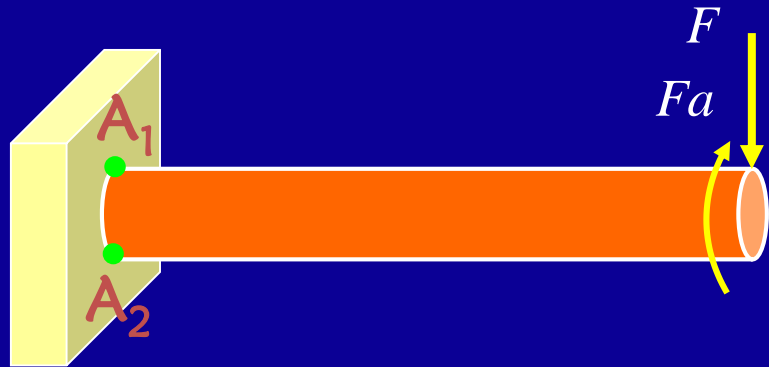


(1)、直角曲拐结构

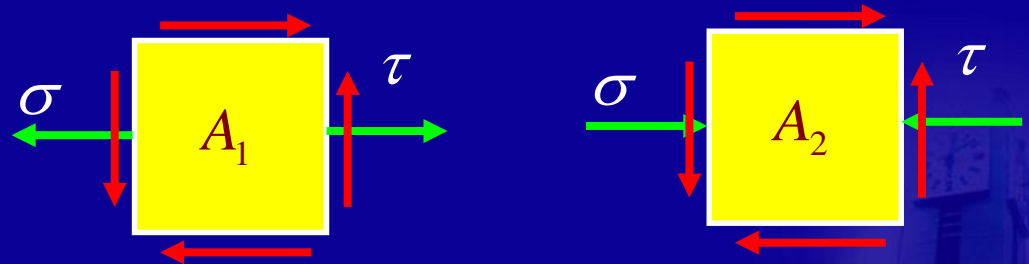
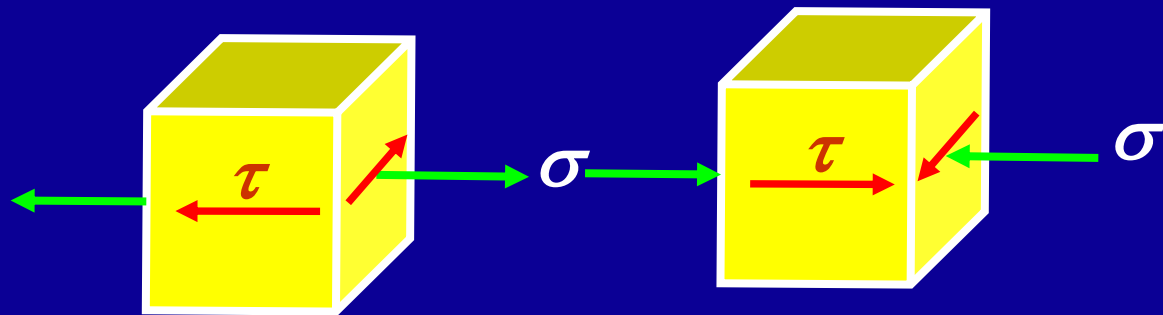
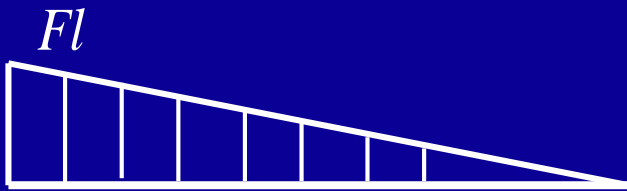


(2)、机械传动轴

二、危险点的确定



危险截面：固定端



三、建立强度条件



$$M = Fl$$

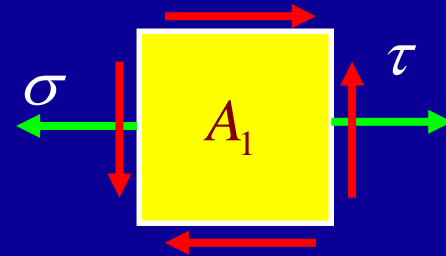
$$T = Fa$$

$$\sigma = \frac{M}{W_z} = \frac{Fl}{\pi d^3 / 32}$$

$$\tau = \frac{T}{W_p} = \frac{Fa}{\pi d^3 / 16}$$

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

$$\begin{aligned} \sigma_{r4} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \\ &= \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma] \end{aligned}$$



三、建立强度条件

对于圆截面由于 $W_p = 2W_z$, 故强度条件又可写为:

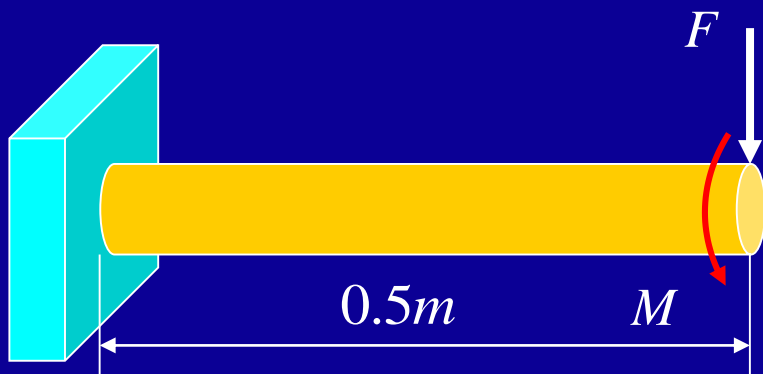
$$\sigma_{r3} = \sqrt{\left(\frac{M}{W_z}\right)^2 + 4\left(\frac{T}{2W_z}\right)^2} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W_z} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\left(\frac{M}{W_z}\right)^2 + 3\left(\frac{M}{2W_z}\right)^2} = \frac{\sqrt{M^2 + 0.75T^2}}{W_z} \leq [\sigma]$$

$$M_{r3} = \sqrt{M^2 + T^2} \quad M_{r4} = \sqrt{M^2 + 0.75T^2}$$

四、例题

例题：如图所示圆轴。已知 $F=8\text{kN}$ ， $M=3\text{kN}\cdot\text{m}$ ， $[\sigma]=100\text{MPa}$ ，试用第三强度理论求轴的最小直径。



解： $M_{\max} = Fl = 4\text{kN}\cdot\text{m}$

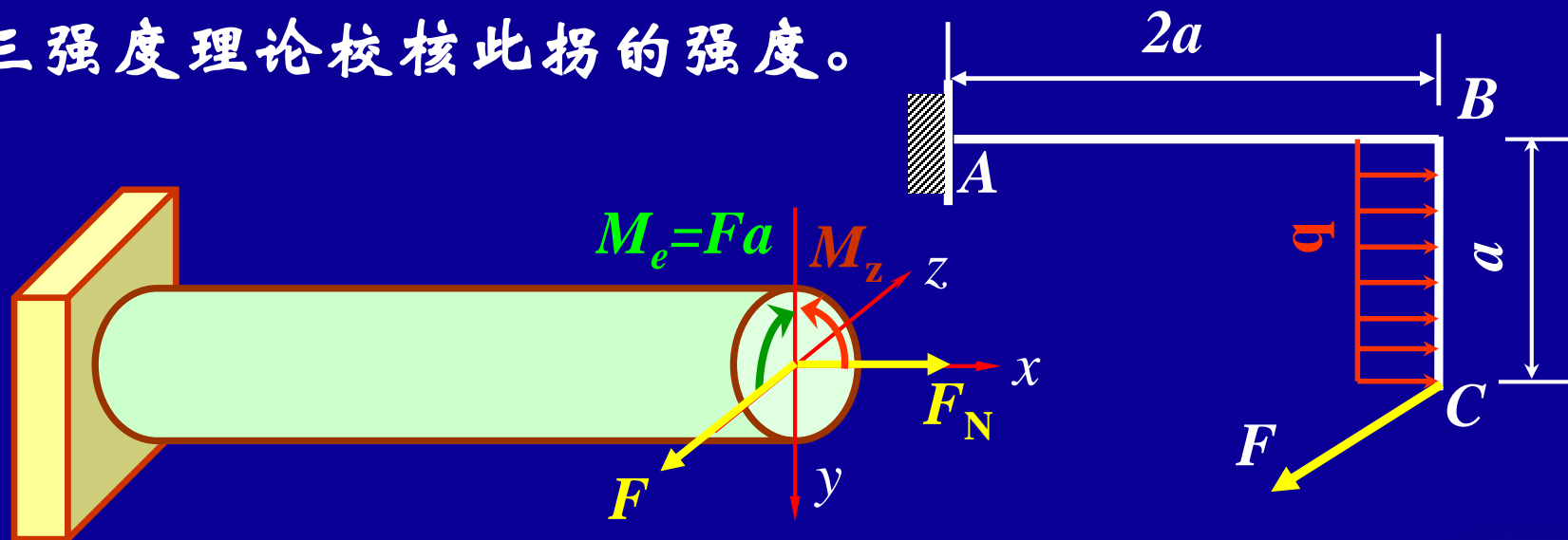
$$T = 3\text{kN}\cdot\text{m}$$

根据：
$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W_Z} \leq [\sigma]$$

可得：
$$W_Z = \frac{\pi d^3}{32} \geq \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{[\sigma]} \quad d \geq 79.8\text{mm}$$

四、例题

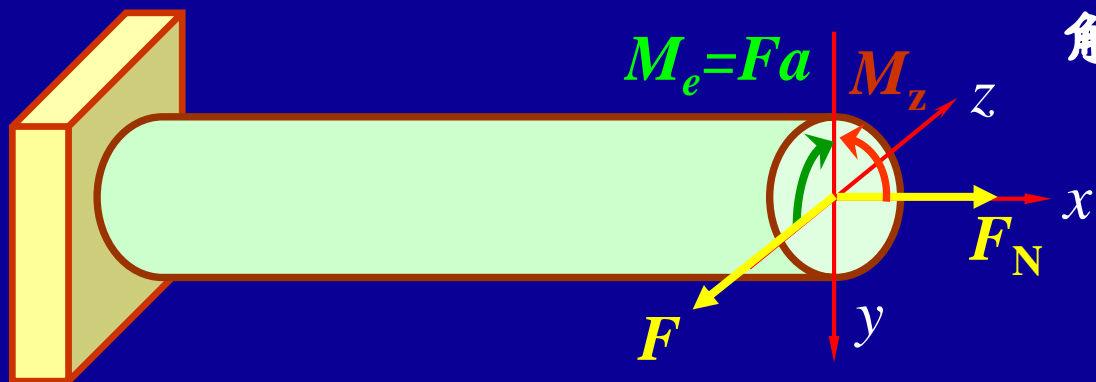
例题：图示圆截面直角折拐。已知 $F=4\text{kN}$ ， $q=10\text{kN/m}$ ， $a=0.5\text{m}$ ， $[\sigma]=120\text{MPa}$ ，拐的直径 $d=100\text{mm}$ 。试按第三强度理论校核此拐的强度。



解：1. 受力分析

$$M_e = Fa = 2\text{kN}\cdot\text{m} \quad F_N = qa = 5\text{kN} \quad M_z = \frac{qa^2}{2} = 1.25\text{kN}\cdot\text{m}$$

四、例题



解：1、受力分析

$$M_e = Fa = 2\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$F_N = qa = 5\text{kN}$$

$$M_z = \frac{qa^2}{2} = 1.25\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\tau = \frac{M_e}{W_p} = 47.9\text{MPa}$$

2、强度计算

$$M_{\max} = \sqrt{(2Fa)^2 + M_z^2} = 4.19\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma = \frac{F_N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_z} = 0.6 + 42.7 = 43.3\text{MPa}$$

$$\sigma_{r3} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 105\text{MPa} < [\sigma]$$

故满足强度要求。