



石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

材料力学

第十一章 构件在组合变形时的强度计算

第四讲 偏心拉压 截面核心

主讲：刘灵灵

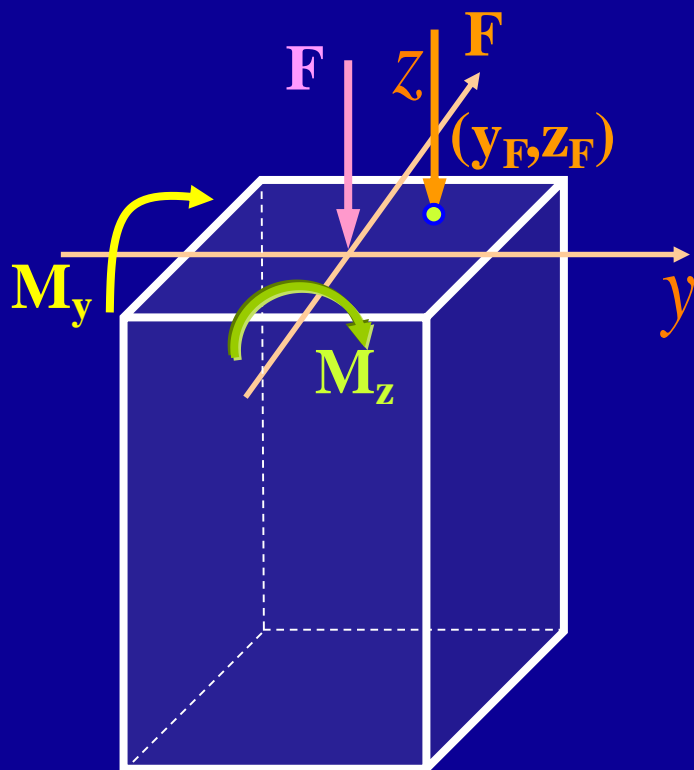
主要内容

- 一、偏心拉压的强度分析
- 二、截面核心的概念
- 三、例题



一、偏心拉压的强度分析

受力特征：外力的作用线与直杆的轴线平行但不重合。



1、外力分析

2、内力分析（任意截面都是危险截面）

$$F_N = F$$

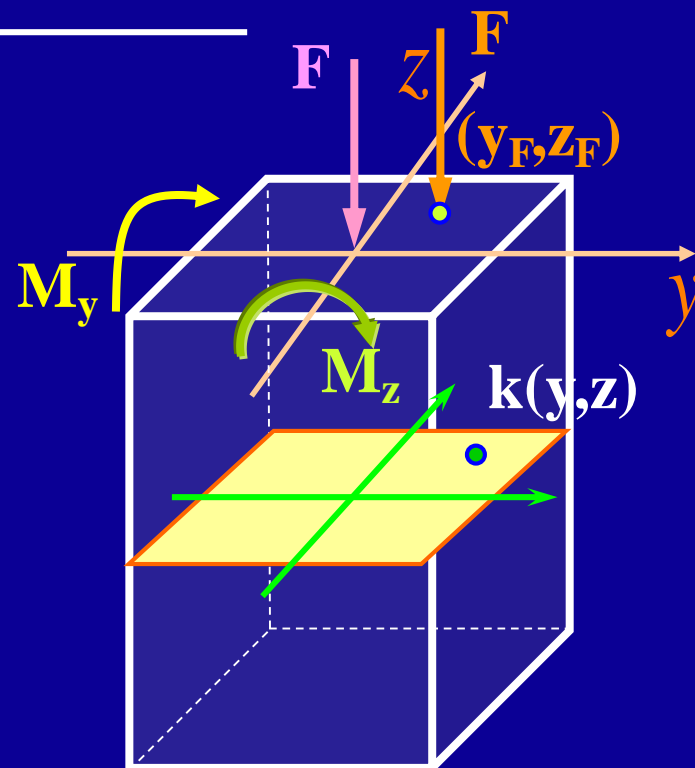
$$M_y = Fz_F$$

$$M_z = Fy_F$$

一、偏心拉压的强度分析

3、应力分析

$$\begin{aligned}\sigma_k &= -\frac{F_N}{A} - \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} \\ &= -\frac{F}{A} - \frac{F z_F z}{I_y} - \frac{F y_F y}{I_z}\end{aligned}$$



4、中性轴的确定

设 (y_0, z_0) 为中性轴上任意一点，则有：

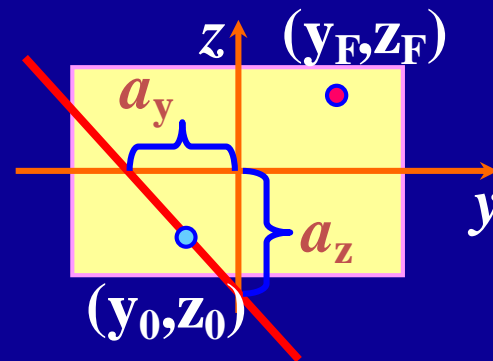
$$\sigma = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{A z_F z_0}{I_y} + \frac{A y_F y_0}{I_z} \right) = 0$$

一、偏心拉压的强度分析

$$1 + \frac{z_F z_0}{i_y^2} + \frac{y_F y_0}{i_z^2} = 0$$

$$a_z = z_0 \Big|_{y_0=0} = -\frac{i_y^2}{z_F}$$

$$a_y = y_0 \Big|_{z_0=0} = -\frac{i_z^2}{y_F}$$



中性轴的特点：

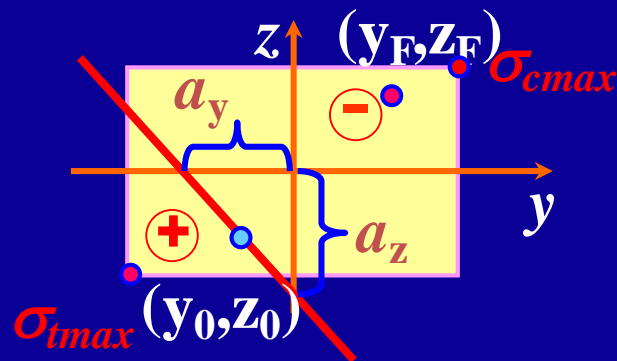
- (1)、中性轴是不通过形心的一条直线；
- (2)、中性轴与外力F无关，仅取决于力的偏心距和横截面形状和尺寸；
- (3)、中性轴若与截面相割，将截面分成受压和受拉两部分。

一、偏心拉压的强度分析

5、强度条件

$$\sigma_{t\max} = -\frac{F_N}{A} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma_t]$$

$$\sigma_{c\max} = -\frac{F_N}{A} - \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma_c]$$

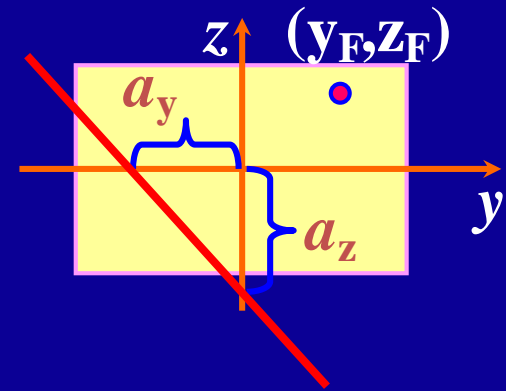


二、截面核心的概念

$$1 + \frac{z_F z_0}{i_y^2} + \frac{y_F y_0}{i_z^2} = 0$$

$$a_z = z_0 \Big|_{y_0=0} = -\frac{i_y^2}{z_F}$$

$$a_y = y_0 \Big|_{z_0=0} = -\frac{i_z^2}{y_F}$$

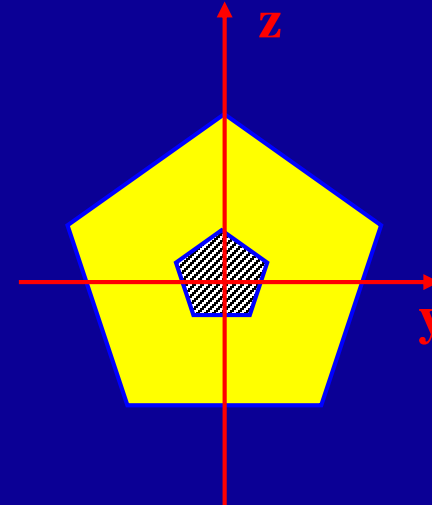
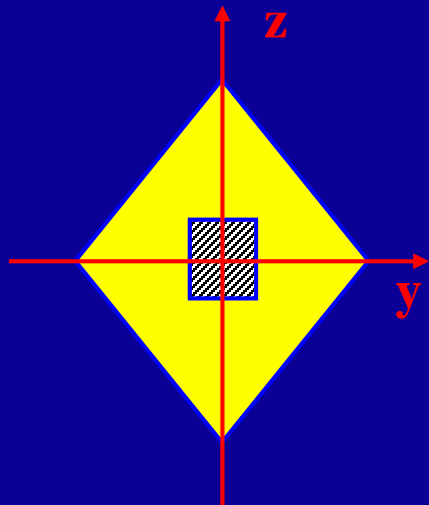
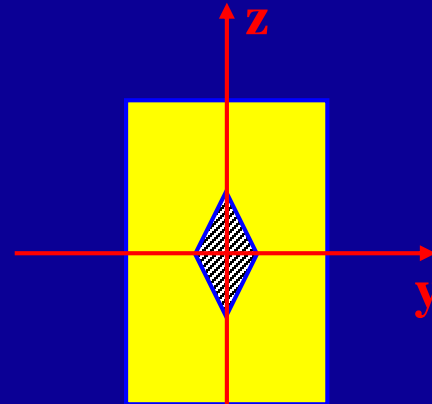
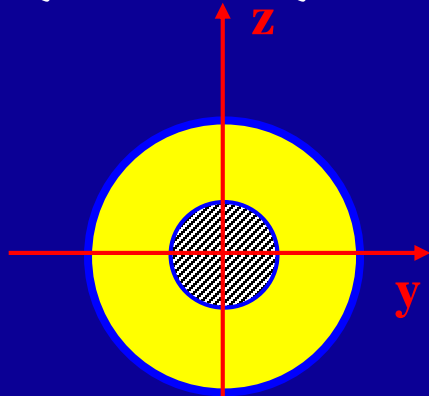


当偏心力的作用点位于形心附近的一个界限上时,可使得中性轴恰好与周边相切,这时横截面上只出现一种性质的应力,该界限所围成的区域称为**截面的核心**。

砖、铸铁、石、混凝土(墙、烟囱等)等材料制成的偏心压杆,应避免出现拉应力,所以确定截面核心有重要的实际意义。

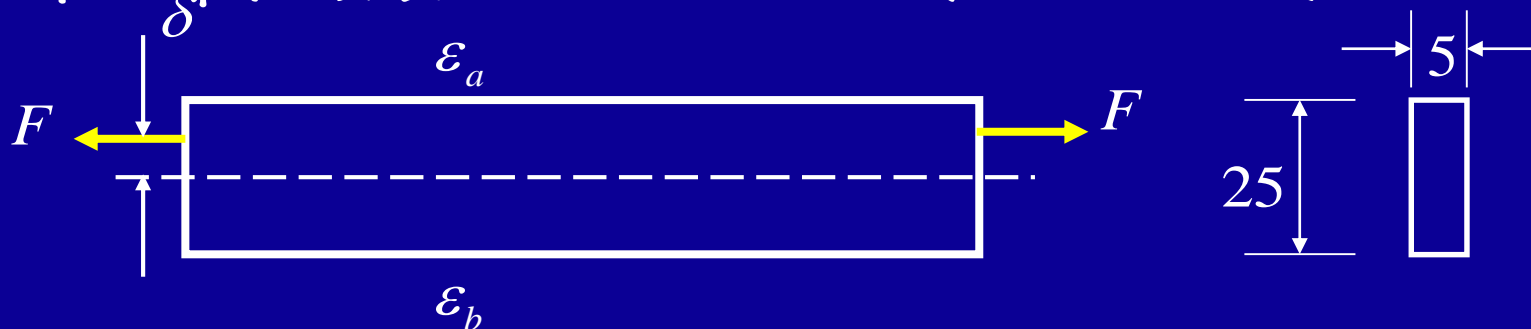
二、截面核心的概念

常见截面的截面核心



三、例题

例题：图示矩形截面杆，用应变片测得杆件上、下表面轴向正应变分别为 $\varepsilon_a = 1 \times 10^{-3}$ 、 $\varepsilon_b = 0.4 \times 10^{-3}$ ，材料的弹性模量 $E = 210 \text{GPa}$ 。求拉力 F 及偏心距 δ 。



解：

$$\sigma_a = E\varepsilon_a = 210 \text{MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{F_N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{F}{bh} + \frac{6F\delta}{bh^2}$$

$$\sigma_b = E\varepsilon_b = 84 \text{MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{F_N}{A} - \frac{M}{W} = \frac{F}{bh} - \frac{6F\delta}{bh^2}$$

$$F = \frac{bh}{2}(\sigma_a + \sigma_b) = 18.38 \text{kN}$$

$$\delta = \frac{bh^2(\sigma_a - \sigma_b)}{12F} = 1.786 \text{mm}$$

三、例题

例题：厂房立柱，载荷情况及截面尺寸如图所示。已知 $F_1=80\text{kN}$ ， $F_2=40\text{kN}$ ， $F_3=5\text{kN}$ 。求立柱下部的最大拉应力和最大压应力。

解： $F_N = F_1 + F_2 = 120\text{kN}$

$$M_z = 50F_1 - 150F_2 + 6000F_3 = 28\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{t\max} = -\frac{120 \times 10^3}{150 \times 300} + \frac{28 \times 10^6 \times 6}{150 \times 300^2} = 9.8\text{MPa}$$

$$\sigma_{c\max} = -\frac{120 \times 10^3}{150 \times 300} - \frac{28 \times 10^6 \times 6}{150 \times 300^2} = -15.1\text{MPa}$$

