石家莊鐵道大學
SHIJIAZHUANG TIEDAO UNIVERSITY

网络精品课程

材料力学

第十章 应力状态与强度理论

第五讲 强度理论

主讲 ：刘灵灵

主要内容

- 一、强度理论的概念
- 二、强度理论的分类
- 三、各种强度理论的应用

一、强度理论的概念

1、强度理论的定义

强度理论：为了建立**复杂应力状态**下的强度条件，需要寻求导致材料破坏的规律，从而提出的关于材料破坏原因的假设及计算方法。

2、建立强度理论的思路

- 从某个破坏形式引出破坏条件
- 简单实验定标准——拉伸实验得许用应力
- 将破坏条件和单向拉伸实验结合推出计算公式。

二、强度理论的分类

最大拉应力理论（第一强度理论）

假设： 最大拉应力σ_1是引起材料脆性破坏的主要因素，即不论处于何种应力状态，只要构件内一点处的最大拉应力σ_1达到材料的极限拉应力σ_u，材料就发生脆性断裂。

破坏条件：

$$\sigma_1 = \sigma_u$$

强度条件：

$$\sigma_1 \leq \frac{\sigma_u}{n} = [\sigma]$$

二、强度理论的分类

最大拉应变理论（第二强度理论）

假设： 即不论处于何种应力状态，只要构件内一点处的最大伸长线应变ε_1达到单向拉伸试验下发生脆性断裂的极限伸长线应变ε_u，材料就发生脆性断裂。

破坏条件：

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right] = \frac{\sigma_u}{E}$$

强度条件：

$$\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right) \le \left[\sigma\right]$$

二、强度理论的分类

最大切应力理论（第三强度理论）

假设：在任何应力状态下当一点处的最大切应力τ_{max}达到该材料在试验中屈服时最大切应力的极限值τ_u时就发生屈服。

破坏条件：

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{\mathrm{u}} = \frac{\sigma_s}{2}$$

强度条件：

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

二、强度理论的分类

形状改变能密度理论（第四强度理论）

假设： 在任何应力状态下材料发生屈服是由于一点处的形状改变能密度υ_d达到极限值υ_{du}所致。

破坏条件：

$$\mathbf{v_d} = \mathbf{v_{du}}$$

强度条件：

$$\sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]}\le[\sigma]$$

二、强度理论的分类

强度理论的统一表达式：

$$\sigma_{\mathrm{ri}} \leq [\sigma]$$

σ_{ri}为相当应力

$$\sigma_{r1} = \sigma_1$$

$$\sigma_{r2} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)$$

$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]}$$

三、各种强度理论的应用

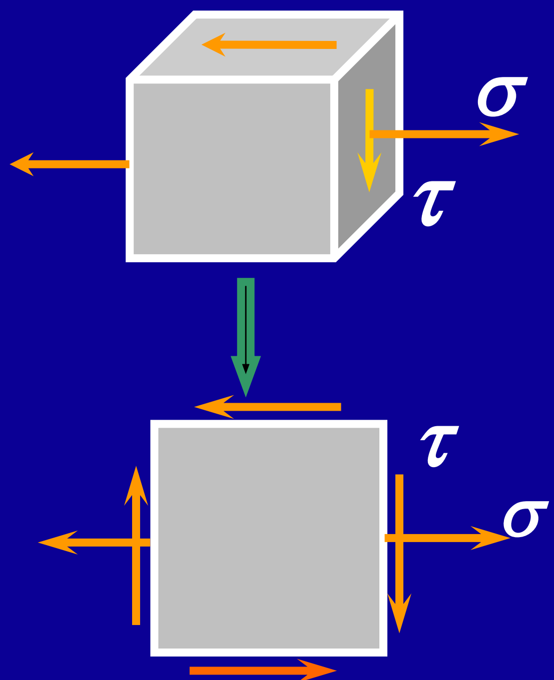
解题步骤：

（1）判断构件的危险截面、危险点，画出危险点的单元体；

（2）计算主应力σ_1，σ_2，σ_3，选择强度理论进行计算。

三、各种强度理论的应用

例题：计算图示单元体的第三和第四相当应力。



$$\sigma_1=\frac{\sigma}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\tau^2}$$

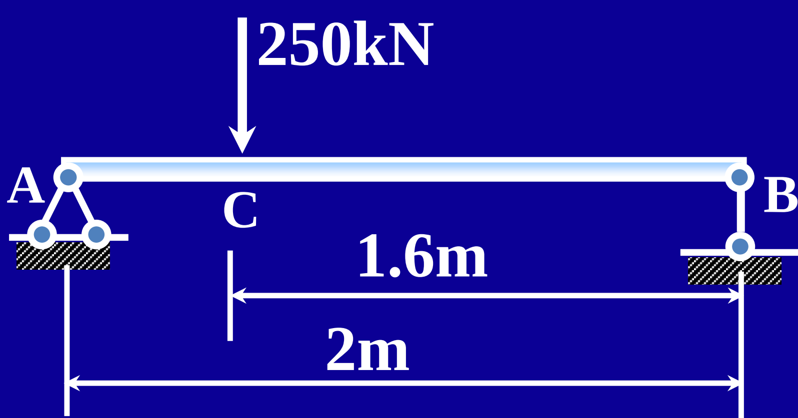
$$\sigma_3=\frac{\sigma}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\tau^2}$$

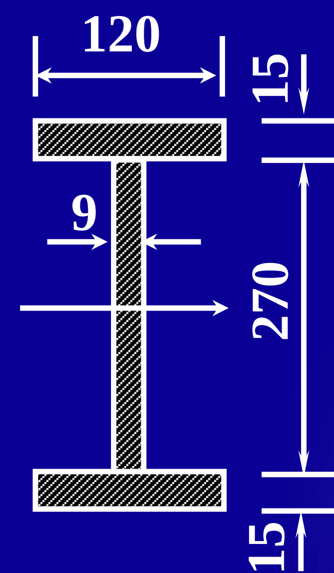
$$\sigma_{r3}=\sigma_1-\sigma_3=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}$$

$$\sigma_{r4}=\sqrt{\frac{1}{2}\left[\sigma_1^2+\sigma_3^2+\left(\sigma_3-\sigma_1\right)^2\right]}=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}$$

三、各种强度理论的应用

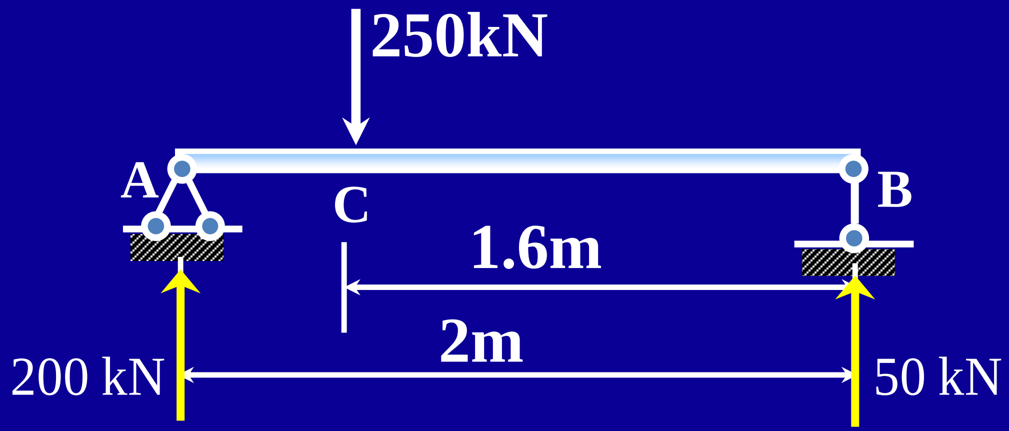
例题：试全面校核图示焊接工字梁的强度，梁的自重不计。已知：梁的横截面对于中性轴的惯性矩为$I_z = 88\times10^6\text{mm}^4$；梁的材料Q235钢的许用应力为$[\sigma] = 170$ MPa，$[\tau] = 100$ MPa。

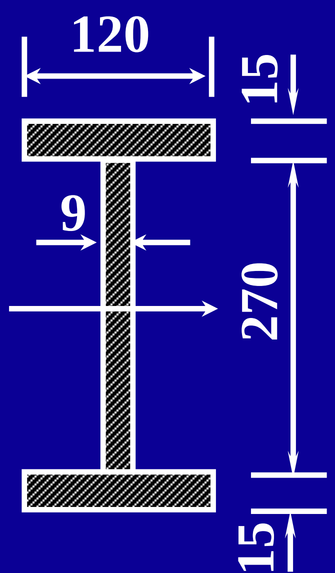


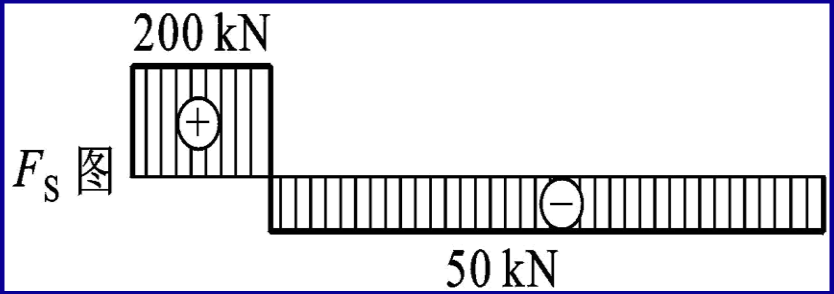


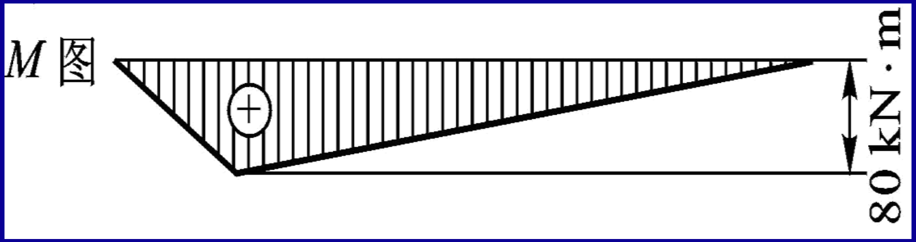
三、各种强度理论的应用

解： 1.画梁的剪力图和弯矩图,确定危险截面









$$F_{S\max} = 200\ \text{kN}$$

$$M_{\max} = 80\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

三、各种强度理论的应用

2. 按正应力强度条件校核

梁的所有横截面上正应力的最大值在C截面左侧上、下边缘处：

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{\max}y_{\max}}{I_z}=\frac{\left(80\times10^{3}\ \mathrm{N\cdot m}\right)\left(150\times10^{-3}\ \mathrm{m}\right)}{88\times10^{-6}\ \mathrm{m}^{4}}$$

$$=136.4\ \mathrm{MPa}<\left[\sigma\right]$$

满足正应力强度条件。

3. 按切应力强度条件校核

三、各种强度理论的应用

梁的所有横截面上切应力的最大值在AC段各横截面上的中性轴处：

$$\tau_{\max}=\frac{F_{S,\max}S_{z,\max}^{*}}{I_z d}=\frac{\left(200\times10^{3}\ \mathrm{N}\right)\left(338\times10^{-6}\ \mathrm{m}^{3}\right)}{\left(88\times10^{-6}\ \mathrm{m}^{4}\right)\left(9\times10^{-3}\ \mathrm{m}\right)}$$

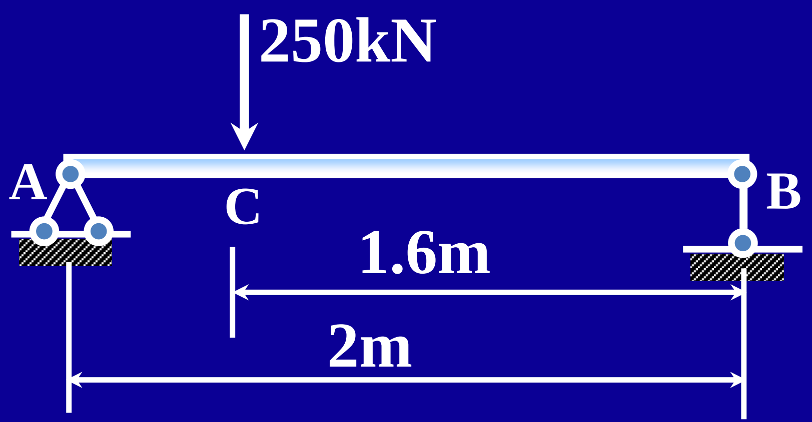
$$=85.4\ \mathrm{MPa}<[\tau]$$

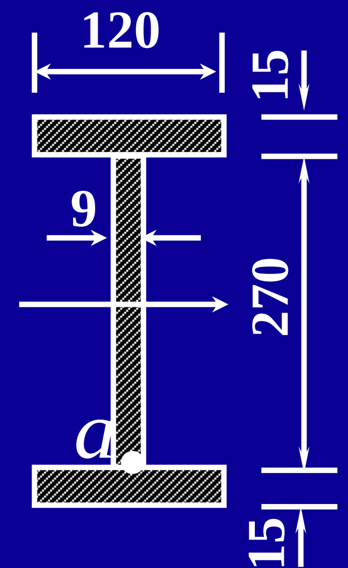
$$S_{z,\max}^{*}=120\times15\times(135+7.5)+135\times9\times67.5=338\times10^{-6}m^{3}$$

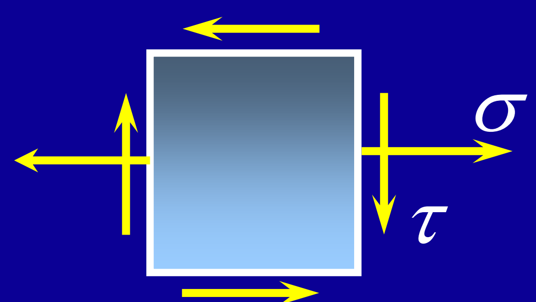
满足切应力强度条件。

三、各种强度理论的应用

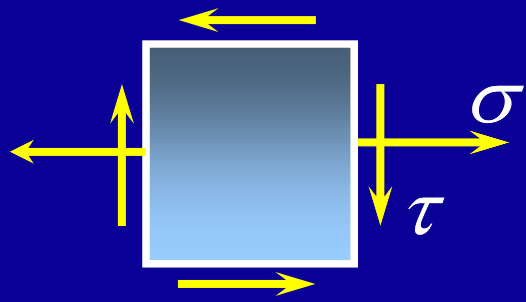
4.按强度理论校核M_{max}和$F_{S,max}$同时所在横截面上腹板与翼缘交界处的强度

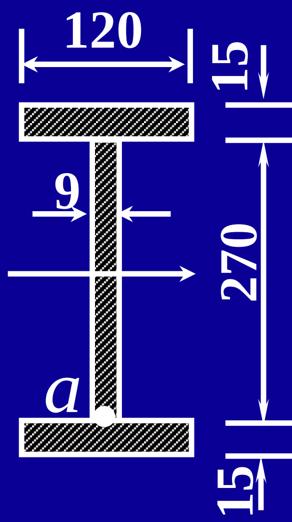






三、各种强度理论的应用

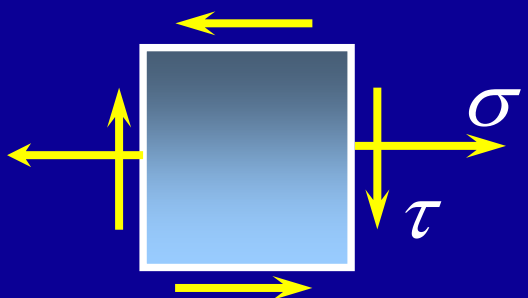




$$\sigma = \frac{M_{\max} \cdot y_a}{I_z} = \frac{(80\times10^3\ \mathrm{N\cdot m})(135\times10^{-3}\ \mathrm{m})}{88\times10^{-6}\ \mathrm{m}^4} = 122.7\ \mathrm{MPa}$$

$$\tau = \frac{F_{\mathrm{S,max}} \cdot S^*_{z,a}}{I_z d} = 64.6\ \mathrm{MPa}$$

三、各种强度理论的应用



$$\sigma_{r3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$= \sqrt{122.7^2 + 4 \times 64.6^2}$$

$$= 178.1 MPa$$

$$\sigma_{r4} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]}$$

$$= \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad = \sqrt{122.7^2 + 3 \times 64.6^2} = 166 MPa$$